

Сопоставление и интеграция подходов к дешифровке древнерусских знаменных песнопений*

И. В. Бахмутова, В. Д. Гусев, Л. А. Мирошниченко, Т. Н. Титкова

bakh@math.nsc.ru; gusev@math.nsc.ru; luba@math.nsc.ru; titkova@math.nsc.ru

Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения РАН

Россия, г. Новосибирск, ул. акад. Коптюга, 4

Рассматриваются наиболее перспективные, по мнению авторов, подходы к проблеме нотолинейной реконструкции (дешифровки) древнерусских церковных песнопений XVII в. и выше, представленных в знаменной форме записи. Предпочтение отдается предложенному авторами подходу, основанному на использовании внутригласовых инвариантов (ВИ) — цепочек знамен, интерпретация которых характеризуется минимальным уровнем неоднозначности. Приводятся оценки эффективности разных подходов. Исследуется возможность их интеграции.

Ключевые слова: *двознаменники; гласы; знаменные песнопения; попевки; дешифровка; инварианты; квазиинварианты*

DOI: 10.21469/22233792.2.4.03

1 Введение

Проблема нотолинейной реконструкции (*дешифровки*) древнерусских церковных песнопений, представленных в знаменной форме записи, является одной из наиболее актуальных в музыкальной медиевистике [1]. «Читаемыми» (с определенными оговорками) считаются лишь тексты XVII в. и более позднего периода, в которых знамена снабжены специальными знаками — *пометами*. Различают степенные и указательные пометы. Первые уточняют высоту распева знамени, вторые — особенности его распева. Беспометные рукописи XVI в. и более раннего периода практически нечитаемы.

Общие сведения о *знаменном пении* можно найти в [2]. Это одноголосное (унисонное) пение, подчиняющееся системе осмогласия (см. разд. 2). Знамена интерпретируются цепочками нот разной длины (от одного до четырех–пяти нотных знаков, исключения редки). Начертания знамен не содержат в явном виде информацию о звуковысотной привязке их распева. Реконструкция именно этого параметра вызывает наибольшие затруднения. Лишь представители отдельных классов знамен, например «крюков», «статей», могут быть упорядочены по указанному параметру. Так, крюк простой (L) следует «возгласити мало повыше строки», крюк мрачный (𐀀) — «паки повыше простого», крюк светлый (𐀁) — «мрачного повыше», крюк тресветлый (𐀂) — «светлого повыше» [3]. Даже такая информация носит относительный характер, поскольку в конкретном песнопении эти крюки могут входить в состав разных структурных единиц и определяющим фактором будет звуковысотная привязка самих структурных единиц, а не отдельных их компонентов.

Известные примеры дешифровки беспометной знаменной нотации весьма немногочисленны (см., например, [4–7]) и сделаны вручную. Они касаются отдельных песнопений (или узких классов песнопений), эволюцию которых можно проследить по архивным материалам в течение достаточно длительного периода. Существенную роль здесь играет наличие

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-07-00812 «Стратегия и начальная версия алгоритма дешифровки древнерусских знаменных песнопений».

графически близких византийских версий и позднерусской читаемой версии. Возникающий при этом вопрос о степени достоверности полученной реконструкции затрагивается (в лучшем случае) лишь на качественном уровне.

Сложность процесса дешифровки обусловлена многозначностью соответствия «знамя–нота». В зависимости от ряда факторов некоторые знамена могут иметь до 10 различных интерпретаций, отличающихся друг от друга интервально-ритмическими характеристиками. При этом каждая из интерпретаций допускает различные звуковысотные привязки.

При всей сложности процесса дешифровки некоторые его этапы могут быть автоматизированы. Укажем, в частности, на необходимость создания баз данных, содержащих пометные песнопения разных жанров, двознаменники (билингвы в формате «знамя–нота»), электронные азбуки и словари структурных единиц (попевки, лица, фиты). Требуется разрабатывать алгоритмы дешифровки с использованием электронных словарей, алгоритмы распознавания знаменной нотации, обнаружения ошибок, визуализации, редактирования и проигрывания мелодий. Некоторые шаги по реализации указанной программы действий описаны в [8].

В своем подходе к проблеме дешифровки авторы настоящей работы опираются на *двознаменники* (см. [1, гл. 12]). Это певческие рукописи конца XVII–начала XVIII вв., в которых песнопения записаны в виде трех синхронизированных параллельных текстов — знаменного, нотолинейного и стихотворного (старославянский язык). Часть из них используется для «обучения» (в данном случае для выбора информативной системы описания исходных данных в виде множества *внутригласовых инвариантов* (ВИ) и *квазиинвариантов* (КВИ) — см. разд. 2). Эти понятия введены авторами в [9] и использованы в [10] для создания начальной версии алгоритма дешифровки *беспометных* знаменных песнопений XVII–XVIII вв.

Другая часть двознаменников (с предварительно устраненными пометами) используется для «контроля». Это дает возможность количественно оценить эффективность подхода в виде доли знамен, интерпретированных «правильно», т. е. так, как это указано в двознаменнике. Такого рода показатели отсутствуют в цитируемых работах [4–7].

В данной статье основное внимание уделено сопоставлению различных подходов к дешифровке *беспометной* знаменной нотации. Более детально рассматриваются два подхода. Один из них, предлагаемый авторами, основан на использовании внутригласовых инвариантов. Другой опирается на попевочную структуру песнопений, отраженную (с той или иной степенью полноты) в известной подборке В. М. Металлова [11]. Исследуется возможность интеграции обоих подходов. Описана текущая версия алгоритма, реализующая возможность интеграции указанных и ряда других подходов.

2 Основные понятия и обозначения

2.1 Система осмогласия

Знаменное пение регламентируется *системой осмогласия*. В древнегреческом церковном пении, лежащем в основе знаменного распева, этому понятию соответствовало пение на 8 ладов (гласов): дорийский, фригийский и т. д. Начало системе положил обычай в каждый из восьми дней Пасхи исполнять песнопения на особый лад. Восьмидневный цикл напевов, которые хор исполнял в унисон (монодия), был распространен затем на 8 недель (одноголосный напев конкретного дня повторялся в течение соответствующей ему по порядку недели). Восемь недель составляли «столп», который циклически повторялся в течение года.

Система осмогласия проявляет себя во многих отношениях. Одно и то же знамя может по-разному интерпретироваться в разных гласах. Существуют характерные только для конкретного гласа мелодические обороты (попевки). Попевочная техника формирования мелодий, сводящаяся к их *комбинированию* из регламентированной совокупности гласовых попевок, является ограничительной по своей сути и отличает знаменные песнопения от произведений, созданных композиторами. Гласы отличаются по «высотности», хотя формально этот параметр никто не определял. Отдельные пары гласов демонстрируют значимое сходство по многим параметрам. В частности, сходными считаются гласы 1 и 5, 2 и 6, 3 и 7, 4 и 8. Все эти моменты следует учитывать, а иногда и использовать при дешифровке.

2.2 Структурные единицы

Основными структурными единицами знаменного распева являются *попевки*. Это устойчиво повторяющиеся мелодические обороты, представленные цепочками из 3–7 знамен (в среднем). Обычно каждому знамени соответствует один слог распеваемого текста. Большая часть попевок *гласоспецифична*, т. е. характерна для какого-то конкретного гласа. Однако некоторые попевки встречаются в разных гласах. Вопросам структурной организации попевок посвящена работа [12]. Все попевки разделены по типам кадансов (завершений) на 24 группы, каждая из которых имеет свою первооснову (архетип) из трех (иногда двух) знамен. Архетипы допускают изменения в своем знаковом составе. Измененный архетип называется производным от основного. Архетипу предшествует цепочка из нескольких знамен (обычно не более четырех), называемая подводом. Знамена, завершающие попевку, по большей части интерпретируются целой нотой и относятся преимущественно к семейству статей (♩, ♪, ♫, ♬ и др.).

Все множество гласовых попевок образуется комбинированием архетипа (и его производных) с вариантным подводом. Оценки суммарного (по всем гласам) числа попевок существенно расходятся. Подборка В. М. Металлова (одна из наиболее полных) содержит свыше 500 попевок, представленных в *нотолинейной форме* [11]. Оценка М. В. Бражникова, приведенная в [2], вдвое превышает металловскую (порядка 1000 попевок).

Кроме попевок в песнопениях встречаются весьма специфические («тайнозамкненные») мелодические обороты — так называемые «лица» и «фиты». Они служат в основном для украшения знаменного распева. Их изъятие из песнопения обедняет напев, но, в отличие от попевок, не разрушает его. Под «тайнозамкненностью» понимается «графический прием зашифровки напева посредством такого условного сочетания знамен, которое не образует этого напева в случае исполнения знамен в этом же последовании, но согласно их обычному певческому значению» [2]. Здесь напрашивается аналогия с идиоматическими выражениями в естественном языке, значение которых, как известно, также не определяется значением входящих в них слов, взятых по отдельности. Именно поэтому певческое значение лиц и фит обычно представляется «разводом», т. е. достаточно длинной (по сравнению с попевками) цепочкой «рядовых» знамен, трактуемых уже в обычном смысле. Существуют некоторые проблемы с определением границ лицевых и фитных начертаний в знаменном тексте, но эти вопросы выходят за рамки данной статьи. Здесь же важно отметить, что элемент «тайнозамкненности» до некоторой степени может сохраняться и в разводах лиц и фит, создавая определенные проблемы при дешифровке.

К перечисленным структурным единицам (попевки, лица, фиты) следует, по мнению авторов, добавить и *тандемные повторы* цепочек знамен длины 1, 2 и т. д. вплоть до повторения попевок. Тандемы с малой длиной периода обычно встречаются на стыках

между попеvkами. Дешифровка тандемных повторов вызывает затруднения, поскольку повтор на знаменном уровне не всегда соответствует повтор на нотолинейном уровне.

2.3 Певческие книги

Певческие книги предназначены для фиксации в рукописной форме церковного пения, являющегося неотъемлемой частью богослужения. Типов певческих книг не слишком много. К основным относят Октоих, Ирмологий, Праздники, Минеи, Триодь. Часть книг содержит песнопения разных жанров (например, Октоих), другие являются моножанровыми (например, Ирмологий, Триодь). Однотипные певческие книги близки по содержанию, хотя точно совпадающих певческих книг, по-видимому, не существует.

В распоряжении авторов на данный момент имеются три двознаменных Октоиха конца XVII – начала XVIII вв. (Российская научная библиотека (РНБ), С.-Петербург, Соловецкое собрание, шифры 619/647, 618/644 и Q1188), а также двознаменники «Праздники» (РНБ, С.-Петербург, Кирилло-Белозерское собрание, шифр 797/1054) и Ирмологий из собрания В. Ф. Одоевского (РГБ, Москва, Ф.210, №18). Весьма трудоемкая работа по «добыванию» материала, кодированию и коррекции ошибок выполнена авторами этой публикации.

2.4 Электронные азбуки

Электронные азбуки знаменного распева строятся авторами на основе двознаменных певческих книг конца XVII – начала XVIII вв., представленных в формате «знамя–нота». Количество таких двознаменников невелико (порядка 10, см. [2]), однако именно они позволяют определить число, длительность и абсолютную высоту звуков, составляющих распев знамени. От певческих азбук Древней Руси (см. [3]) электронные азбуки отличаются тем, что указан источник, на основе которого составлена азбука, и по каждому знамени известна полная количественная информация, включающая частоту встречаемости знамени и всех его интерпретаций в каждом из 8 гласов. Различные интерпретации могут отличаться друг от друга интервально-ритмическими характеристиками и звуковысотной привязкой. Наличие количественной информации позволяет выделить доминирующую интерпретацию, если такая существует, а также интерпретации с аномально низкой частотой встречаемости (потенциально возможные ошибки). Электронные азбуки, созданные авторами на основе двознаменных Октоихов, описаны в [13, 14].

2.5 Обиходный звукоряд и система кодирования

Все знаменные песнопения записаны в диапазоне обиходного звукоряда (рис. 1). Он включает в себя ноты *G, A, H* (малой октавы), *c, d, e, f, g, a, b* (первой октавы), *C, D*



Рис. 1 Обиходный звукоряд

(второй октавы). В пометных рукописях ступеням звукоряда соответствуют обозначения $\bar{\tau}$, τ , σ , ρ , η , θ , ζ , ν , ξ , μ , π , ψ , ω , δ . Соответствующая знамени степенная помета указывает на наивысший звук в распеве знамени [2].

Особенности нотолинейной интерпретации знамен поясняются с помощью системы указательных помет: — (или τ) — тихая, ^ — ломка, ^ — борзая, ^ — ударка, « — качка (или купно), ^ — зевок, ^ — равно. Знамена с указательной пометой и без нее трактуются как разные, поскольку могут иметь отличающиеся распевы. Длительности звуков обозначаются следующим образом: \circ — 1 (целая), ^ — 2 (половинная), ^ — 4 (четвертная), ^ — 8 (восьмая). Для обозначения высоты и длительности звука используем комбинацию буквы и цифры (например, $H4$ — это четвертная нота «си» малой октавы). При формальном сопоставлении нотолинейных цепочек такая комбинация буквы и цифры, характеризующая конкретный звук, рассматривается как один символ. Интервалы (число ступеней между высотами соседних звуков) кодируются целыми числами (1 — секунда, 2 — терция, 3 — кварта и т. д.) и сопровождаются знаком (+) для восходящего движения и (–) — для нисходящего. Например, (3+) — это скачок на кварту вверх, (2–) — на терцию вниз. При повторении звука на одной и той же высоте величина интервала условно обозначается (0+). Заметим, что при таком кодировании не указывается число тонов и полутонов, содержащееся в интервалах, однако наличие нотолинейного текста дает возможность отличать, например, большую секунду $d4e4$ от малой секунды $e4f4$ или малую терцию $e2g2$ от большой $f2a2$. Знак (*) используется в качестве разделителя между нотолинейными интерпретациями разных знамен, а (~) — как символ эквивалентности, отделяющий знаменную цепочку от ее нотолинейного представления (например, запись $\text{^} \sim d4c4d2 * c4e4$ означает, что цепочка из двух знамен, стоящая слева от (~), интерпретируется в тексте двознаменника, соответственно, цепочками из трех и двух нот, отделенными друг от друга знаком (*)).

2.6 Внутригласовые инварианты и квазиинварианты

Внутригласовые инварианты и квазиинварианты — специфический класс структурных единиц знаменного распева, описанных авторами в [9, 15]. Это повторяющиеся цепочки беспометных знамен относительно небольшой длины ($L = 1, 2, \dots$), *однозначно* или *почти однозначно* (с допустимыми отклонениями) интерпретируемые в песнопениях конкретного гласа. Цепочки первого типа названы внутригласовыми инвариантами (ВИ), а второго — квазиинвариантами (КВИ). Места вхождения ВИ и КВИ в текст можно трактовать как своего рода «островки надежности», характеризующиеся существенным снижением уровня неоднозначности в интерпретации знамен. Предпосылкой к выявлению таких цепочек в тексте послужил анализ электронных азбук, построенных на основе двознаменных Октоихов [13, 14]. Было замечено, что при всей вариативности знаменного распева в песнопениях каждого гласа существуют отдельные знамена, т. е. цепочки длины 1, не меняющие своей интерпретации. Обычно их доля не превышает 10% от размера алфавита. Менее очевидным было предположение о наличии однозначно интерпретируемых (в конкретном гласе) цепочек большей длины, составленных в общем случае из многозначных знамен. Однако это предположение подтвердилось. Словари ВИ и КВИ, построенные на основе двознаменных Октоихов, легли в основу начальной версии алгоритма дешифровки беспометных песнопений [10].

Формальное определение КВИ требует уточнения понятия «допустимые отклонения». Здесь возможны различные варианты, требующие отдельной проверки. В начальной версии алгоритма [10] цепочки знамен трактуются как КВИ, если одна из ее интер-

преаций доминирует над остальными по частоте, а именно: выполняется соотношение $F_{\max}/F > 1/2$, где F — частота встречаемости цепочки в песнопениях гласа, представленных в обучающей подборке (двознаменнике), а F_{\max} — максимальная из частот встречаемости разных интерпретаций этой цепочки. Доминирующая интерпретация, если она существует, трактуется в дальнейшем как значение КВИ. Наряду с указанным выше ограничением вводится ограничение на минимальную частоту встречаемости цепочки в песнопениях гласа: $F \geq F_{\min}$ (в [10] задавалось $F_{\min} = 3$).

Указанные ограничения приводят к тому, что не все знамена в дешифруемом песнопении оказываются покрытыми хотя бы одной цепочкой из словарей ВИ и КВИ, построенных на обучающем материале (имеет место «отказ»). Минимизировать количество отказов можно, либо видоизменив определение КВИ, либо объединяя подход, основанный на внутригласовых инвариантах, с какими-то другими, не использующими это понятие. В данной работе рассматриваются обе эти возможности. В частности, можно снять ограничение на доминирующую частоту $F_{\max} > F/2$ и всегда использовать в качестве КВИ (теперь уже *условного*) интерпретацию с максимальной частотой встречаемости, даже если не выполняется указанное выше соотношение. Оставляем лишь ограничение снизу, задав $F_{\min} = 2$ (цепочка должна быть повторяющейся).

3 Сравнение алгоритмических подходов к дешифровке знаменных песнопений

На данный момент наиболее перспективными представляются два подхода. Первый основан на выявлении попевочной структуры песнопений, второй — на построении и использовании словарей инвариантов. Для обоих можно привести какие-то количественные показатели эффективности. Для подхода, намеченного в [8], пока не приведено никаких оценок эффективности, поэтому его не рассматриваем. Отдельные расшифровки, проводимые музыковедами, опираются на знания и интуицию исследователей и трудно формализуемы. Это ограничивает возможность использования накапливаемого в ходе таких работ опыта для целей *массовой* дешифровки.

3.1 Опора на попевочные структуры

Обращаясь к первому подходу (*попевочному*), отметим его естественность: именно различным комбинированием ограниченного числа гласовых попевок создаются новые песнопения. Имеется хороший задел для реализации подхода в виде многочисленных кокизников (сборников попевок). Схема дешифровки достаточно проста: нужно сформировать представительную подборку попевок по каждому гласу, записать их в формате *беспометное знамя – нота*, реализовать алгоритм отыскания знаменных попевочных цепочек в дешифруемом песнопении и заменять найденные попевки их нотолинейными эквивалентами. Однако на этом пути встречается много подводных камней, некоторые из них опишем на примере широко известной и достаточно представительной подборки попевок В. М. Металлова (см. подразд. 2.2).

1. Формального определения попевки не существует. На понятийном уровне это *устойчиво* повторяющийся мелодический оборот (см. подразд. 2.2). Понятие устойчивости, в свою очередь, допускает разные формализации, не приводящие к тождественным результатам. По этой причине любая систематизация попевок, включая приведенную в [12], будет неполной. Этим частично объясняются и большие разночтения в оценке объема попевочного фонда. В частности, применительно к подборке Металлова, считающейся достаточно представительной, неожиданные результаты дал экспери-

Таблица 1 Покрываемость двознаменника 619/647 попевками В. М. Металлова при поиске на точное совпадение

Гласы	Покрываемость (точное совпадение), %
1	31,1
2	30,3
3	22,4
4	24,8
5	30,8
6	23,7
7	32,1
8	29,4

мент с поиском попевок из этой подборки в нотолинейных текстах двознаменников. В табл. 1 приведены для примера показатели покрываемости разных гласов двознаменника 619/647 металловскими попевками (поиск осуществлялся на точное соответствие).

Здесь следует обратить внимание не столько на различия в показателях покрываемости в разных гласах, сколько на относительно невысокую степень покрытия. Применительно к дешифровке это означает, что лишь порядка 30% знаменного текста будет реконструировано с использованием подборки Металлова. Причин этому может быть несколько, одна из которых изложена ниже.

2. Попевки довольно вариативны. В слегка видоизмененной форме они все же могут быть обнаружены в нотолинейном тексте. Характер вариативности требует специального изучения. Авторы промоделировали простейший случай варьирования, предположив, что вариант может отличаться от базовой (металловской) попевки не более чем « m » допустимыми операциями, где в качестве элементарных операций выступают замена, вставка или устранение нотного знака в любой их комбинации. Параметр « m » выбирался равным 1 или 2 (для коротких попевок использовалось только значение

Таблица 2 Покрываемость двознаменника 619/647 попевками В. М. Металлова при наличии искажений

Гласы	Покрываемость, %	
	$m = 1$	$m = 2$
1	47,6	65
2	42,2	61,8
3	26,5	37,6
4	36	54,7
5	46	57,7
6	38,4	54,2
7	47	60,3
8	39	58

$m = 1$). Часть найденных вариантов отфильтровывалась экспертом вручную (недопустимой, например, считалась замена целой ноты в кадансовой структуре нотным знаком меньшей длительности или вставка, приводящая к немотивированному скачку звуковысотной линии, и т. п.). Покрываемость текста базовыми попевками и их вариантами увеличивалась (результаты для случаев $m = 1$ и 2 приведены в табл. 2). Приведенными значениями покрываемости и исчерпываются на данный момент возможности такого подхода. Увеличивать дальше значение m не имеет смысла ввиду лавинообразного нарастания ложных «попевок» и необходимости их отсеивания вручную. Более того, используемая модель хотя и фиксирует многочисленные (и подтверждаемые экспертом) случаи варьирования базовых попевок, тем не менее не в состоянии выявлять такие типы варьирования, как секвентный перенос попевки, вставку или устранение серии стоиц, реально встречающиеся на практике.

3. Значительные затруднения может вызвать необходимость представления попевок любой подборки в формате «беспометное знамя – нота», единственно пригодном для дешифровки беспометной нотации. Остается лишь гадать, почему подборка Металлова представлена только в нотолинейной форме, а попевки во многих кокизниках — только в знаменной. Предпринятые авторами попытки восстановления с помощью двознаменников знаменных эквивалентов для нотолинейных попевок из подборки Металлова (см. [16]) показали, что: (а) далеко не для всех попевок подборки удастся это сделать (нотолинейная цепочка из подборки не обнаруживается в нотолинейном тексте двознаменника); (б) даже если она обнаруживается, ей не всегда соответствуют одинаковые цепочки знамен (вариативность имеет место и на уровне знамен). Приведем в качестве примера попевку «возмер» из седьмого гласа подборки Металлова. В кодировке авто-ров она записывается в виде: $e4d4e4f4g2f2e1$. Соответствующие этой попевке цепочки знамен в Октоихе 619/647 представлены ниже в виде выравнивания:

I	$e4d4$ L	$e4f4$ ä	$g2$ شا	$f2$ ل	$e1$ =
II	$e4d4$ L	$e4f4$ ä	$g2f2$ شا		$e1$ =
III	$e4d4$ س	$e4f4g2$ شا		$f2$ ل	$e1$ =

Элементы варьирования проявляют себя в виде синонимичных замен в первом столбце выравнивания (знамена L и س имеют одинаковый распев), а также в последнем (здесь замену «статья простой» = на «статью мрачную» ≠ нельзя считать синонимичной, поскольку в звуковысотной иерархии вторая стоит выше первой, однако такие вещи встречаются, нередко приводя к ошибкам в дешифровке). Частым случаем варьирования является замена сложного знамени цепочкой из более простых, как это имеет место в строке «II» (شا ~ شا ل) и «III» (شا ~ ä شا). Возможно, вариативность на знаменном уровне и послужила причиной отсутствия знаменных эквивалентов у попевок из подборки Металлова.

Перечисленные выше замечания 1–3, связанные с реализацией первого подхода, затрудняют его использование на практике в качестве основного. Вызывает также сомнение подразумеваемый по умолчанию тезис о том, что песнопение может быть целиком покрыто только лишь комбинацией попевок. Определенные сложности представляет дешифров-

ка лиц и фит, хотя они встречаются не во всех песнопениях. Нельзя обойти молчанием тандемные повторы и регулярно встречающиеся на стыках между попеvkами короткие мелодические обороты без явных признаков каданса, подвода и других атрибутов попевочной структуры. Создается впечатление, что их используют «распевщики» для согласования текста с мелодией, а именно: для заполнения интервалов между предварительно расставленными по длине песнопения попевками, акцентирующими наиболее значимые фрагменты стихотворного текста. При дешифровке такие непервостепенные объекты, выполняющие связующие функции, дают много ошибок.

Завершая данный раздел, отметим, что описанный подход при всей своей привлекательности требует серьезной доработки. Однако не исключается возможность его использования уже на данном этапе в сочетании с каким-либо другим подходом, где бы они взаимно дополняли друг друга.

3.2 Опора на внутригласовые инварианты

Фактически речь идет о новом подходе к описанию всего корпуса знаменных песнопений с учетом системы осмогласия. Это описание — неполное, как и совокупность попевок, в том смысле, что по нему нельзя восстановить исходные данные (сами песнопения), но этого и не требуется. Словари ВИ и КВИ могут строиться либо по отдельным певческим книгам, либо по их совокупности. Выбор исходных данных важен. Забегая вперед, отметим, что лучше строить отдельные словари по каждому типу певческих книг (отдельно по Октоихам, отдельно по Ирмологиям и т. д.). Тогда при дешифровке конкретного песнопения, взятого, например, из Ирмология, лучших результатов достигнем, если воспользуемся словарями ВИ и КВИ, построенными именно по Ирмологиям.

Привлекательной стороной словарей ВИ и КВИ, рассматриваемых в качестве инструмента для дешифровки, является возможность *формального определения* составляющих эти словари цепочек знамен, их *интерпретируемость*, требуемый формат *представления* («беспометное знамя – нота»). Словари, построенные на основе трех двознаменных Октоихов, перечисленных в подразд. 2.3, достаточно представительны (порядка полутора тысяч цепочек знамен разной длины в каждом гласе песнопения). Это позволяет обеспечить достаточно высокую покрываемость дешифруемых песнопений.

Принципиальное отличие инвариантов от попевок — в диапазонах длин соответствующих им цепочек знамен. В соответствии с классификацией А. Н. Кручининой [12] уже кадансовые части попевок представлены цепочками из трех знамен. Им предшествуют «подводы», также состоящие из нескольких знамен. В то же время спектр длин цепочек из словарей ВИ и КВИ занимает диапазон от 1 до 10 и более знамен. Средние значения этого диапазона (5–8) примерно соответствуют длинам попевок. Более того, ВИ и КВИ длины 5 и выше часто сами являются попевками. Коротких ВИ и КВИ ($L = 1-4$) очень много, и именно за их счет обеспечивается более высокая (по сравнению с попевками) покрываемость дешифруемых песнопений. Короткие ВИ характеризуют наименее вариативные фрагменты попевок. Далеко не всегда при этом кадансовая часть попевки оказывается более устойчивой, чем подвод. Таким образом, ВИ и КВИ могут использоваться не только для дешифровки песнопений, но и для исследования структуры самих попевок.

Схема дешифровки сводится к поиску в песнопении фрагментов, совпадающих с цепочками знамен из словарей ВИ и КВИ, и приписыванию этим фрагментам певческих значений, зафиксированных в словарях. При этом возможны «отказы» (знамя не покрыты ни одной цепочкой из словарей ВИ и КВИ) и «конфликты интересов» (знамя входит в состав разных ВИ и КВИ, где ему приписываются неидентичные певческие значения).

Недостатком подхода является зависимость понятий ВИ и КВИ от объема и состава исходной (обучающей) подборки. При увеличении ее объема или изменении жанрового состава отдельные ВИ могут перейти в категорию КВИ, а некоторые КВИ перестают быть таковыми (нарушается условие доминирования: $F_{\max} > F/2$). Этот недостаток не оказывает существенного влияния на результаты дешифровки при достаточно представительной обучающей подборке. Другой недостаток связан с возможностью «отказов» (см. выше), что эквивалентно наличию пробелов в дешифровке. Для устранения этого недостатка требуется *интеграция* данного подхода с каким-то другим. В простейшем случае при наличии отказа можно приписать знамени соответствующую ему максимальную по частоте интерпретацию из электронной азбуки (в том же гласе). В значительном числе случаев эта интерпретация окажется правильной.

Более корректная и эффективная схема ориентируется на ближайших соседей знамени слева и справа. Пусть $T = t_1, t_2, \dots, t_N$ — последовательность знамен в дешифруемом песнопении, и пусть знамя t_n ($2 \leq n \leq N-1$) получило отказ в ходе дешифровки с использованием словарей ВИ и КВИ. Выделяем триграмму $t_{n-1}t_nt_{n+1}$ и находим максимальную по частоте интерпретацию этой триграммы в соответствующем гласе обучающей подборки. Певческое значение t_n заимствуем из этой триграммы. Для начального и конечного знамен используем триграммы $t_1t_2t_3$ и $t_{N-2}t_{N-1}t_N$ соответственно. Если указанные триграммы отсутствуют в обучающей подборке, восстанавливаем певческое значение t_n по электронной азбуке.

Начальная версия алгоритма дешифровки представлена в [10]. Текущая версия отличается от нее настройкой на конкретный тип певческой книги, из которой взяты дешифруемые песнопения (от этого зависит выбор словарей ВИ и КВИ). Реализована также описанная выше триграммная схема устранения отказов. Кроме того, в ситуациях, когда имеет место конфликт интересов и конкурирующие интерпретации набирают одинаковое число голосов, предпочтение отдается не любой из них (случайный шаг в начальной версии), а той, за которую «проголосовали» более длинные ВИ и КВИ. Результаты контрольных экспериментов с текущей версией описаны в разд. 5.

Оценка эффективности подхода, как и в [10], проводится на основе контрольного двознаменника. Показателем эффективности дешифровки одного песнопения служит отношение $k = n_+/N$ где N — длина песнопения (число знамен), а n_+ — количество знамен, получивших «правильную» (как в двознаменнике) интерпретацию. Показателем эффективности дешифровки группы песнопений, представляющих целый глас, служит отношение $\bar{k} = \bar{n}_+/\bar{N}$, где \bar{N} — суммарная длина песнопений, а \bar{n}_+ — суммарное число правильно интерпретированных знамен в песнопениях гласа.

4 О возможности интеграции разных подходов

Примером такой интеграции уже является использование триграммной схемы устранения отказов в алгоритме дешифровки на основе словарей ВИ и КВИ. Эта схема, в принципе, может быть использована и самостоятельно для дешифровки всего песнопения. Показатели эффективности такой схемы колеблются в среднем от 50% до 60% для разных гласов.

Совместное использование внутригласовых инвариантов и попевок на данном этапе приводит к незначительному улучшению результатов по следующим причинам. Подборка Металлова в чистом виде, т. е. при $m = 0$, обеспечивает в среднем примерно 30%-ное покрытие песнопений разных гласов, что примерно в 2 раза уступает результатам дешифровки с использованием инвариантов. Надежда на то, что инварианты и попевки будут

«работать» как бы в противофазе, т. е. попевки будут попадать на участки концентрации отказов и исправлять ситуацию, также не оправдываются. Там, где значимо проявляют себя попевки, хорошо «работают» и инварианты, хотя бы в силу того, что инварианты значительной длины по большей части сами являются попевками. И, наконец, «конфликт интересов» может возникнуть не только между инвариантами, по-разному интерпретирующими одно и то же знамя, но и между металловской попевкой и нотолинейной компонентой контрольного двознаменника, которую мы считаем «правильной», равно как и попевку. Такая ситуация является реальной ввиду уже отмечавшейся выше вариативности попевок. Это может привести к тому, что попевка при наложении ее на уже дешифрованный с использованием ВИ и КВИ фрагмент песнопения может не только не улучшить результат, но даже ухудшить его (правильно реконструированное знамя получит другую интерпретацию).

Относительно небольшой положительный эффект, который достигается на данном этапе при совместном использовании инвариантов и попевок, может быть усилен при существенном (если не радикальном) «пополнении» подборки Металлова и обеспечении ее «знаменными эквивалентами» попевок (значительная часть подборки до сих пор их не имеет). Нуждается в уточнении и формализации и само понятие «попевки». Указанные аспекты требуют отдельной проработки.

5 Экспериментальные результаты

В данной работе для экспериментов использовали в основном двознаменные Октоихи и Ирмологий. В сумме по трем Октоихам на каждый глас приходилось порядка 70 песнопений, в Ирмологии — 35 песнопений. Результаты по двознаменнику «Праздники» не приводим, поскольку некоторые гласы (особенно седьмой) представлены в нем слишком малым числом песнопений. Исходные азбуки, а также словари ВИ и КВИ были построены: (1) на основе трех Октоихов (обобщенные); (2) на основе Ирмология. Результаты дешифровки в режиме скользящего контроля, описанного в [10], представлены в табл. 3 (отдельно для обоих типов певческих книг). Фиксировалось значение $F_{\min} = 2$, т. е. в формировании словарей ВИ и КВИ принимали участие только повторяющиеся цепочки знамен.

Прежде всего, обращает на себя внимание зависимость результатов от типа певческой книги: показатели для Октоихов заметно выше. Возможно, какое-то влияние оказывает различие в объемах материала, использовавшегося для формирования словарей ВИ и КВИ (суммарный объем Октоихов гораздо больше). Попытка использовать для дешиф-

Таблица 3 Доля правильно дешифрованных знамен \bar{k} в режиме скользящего контроля для двух типов рукописей

Гласы	Октоихи	Ирмологий
1	0,767	0,720
2	0,666	0,628
3	0,731	0,618
4	0,723	0,675
5	0,730	0,691
6	0,662	0,569
7	0,763	0,812
8	0,745	0,632

ровки Ирмология словари ВИ и КВИ, построенные по более объемному материалу Октоихов, не увенчались успехом: результаты ухудшились примерно на 2%–5% в зависимости от гласа. То же самое наблюдалось и для тех гласов двознаменника «Праздники», которые были представлены достаточным количеством песнопений (~ 30). Отсюда и появилась рекомендация о необходимости согласования типов певческих книг дешифруемого песнопения и используемых словарей инвариантов.

Другая прослеживаемая по табл. 3 тенденция — снижение результатов дешифровки четных гласов (второго, шестого, а порой и восьмого) по сравнению с другими гласами. У нас нет пока сколь-нибудь убедительных толкований этой тенденции. Возможно, подсказкой послужит сопоставление гласов по попевочному составу. Гласы 2 и 6 охарактеризованы М. В. Бражниковым в [2, с. 201–202] как «богатые», а глас 7 — как «самый бедный».

В плане осознания дешифровочного потенциала разных подходов и возможностей их интеграции интерес представляет табл. 4, где условия дешифровки намеренно усложнены. Во-первых, используется пороговое значение $F_{\min} = 3$ (это ухудшает результат по сравнению со случаем $F_{\min} = 2$). Во-вторых, для дешифровки выбран Ирмологий, показавший худшие результаты в режиме скользящего контроля, чем Октоихи (см. табл. 3) и, наконец, использованы словари ВИ и КВИ, составленные по Октоихам, а не по Ирмологии, т. е. нарушается согласование по типу дешифруемых песнопений и используемых для этих целей словарей.

Реализованы 5 подходов, где три первых рассматриваются как независимые, а два последних являются их компиляцией.

Подход 1 определяет «нулевое» приближение, где используется только азбука. Каждому знамени в Ирмологии независимо от других присваивается певческое значение, соответствующее наиболее часто встречающейся интерпретации этого знамени в азбуке, сформированной по Октоихам.

Подход 2 основан на использовании триграмм, т. е. учитываются связи между соседними знаменами. Триграммы выделяются из текста песнопения скользящим окном, сдвигающимся на каждом шаге на один символ вправо. Для дешифровки знамени t_n песнопения ($2 \leq n \leq N - 1$, N — длина песнопения) выделяется триграмма $t_{n-1}t_n t_{n+1}$ и для нее находится максимальная по частоте встречаемости интерпретация в обучающей подборке (три Октоиха). Нотолинейную цепочку, соответствующую среднему знамени в этой триграмме, принимаем за значение t_n . Начальный и конечный символы дешифруем в соответствии с подходом 1.

Подход 3 — это дешифровка песнопений Ирмология с помощью словарей ВИ и КВИ, построенных на базе трех Октоихов (алгоритм описан в [10]).

Подход 4 — это сочетание подходов 3 и 1. За основу берется подход 3, а для устранения отказов используется подход 1, который может дать и ошибочный результат.

Подход 5 — это сочетание подходов 3 (ВИ и КВИ) и 2 (устранение отказов с использованием триграмм).

Таблицу 4 можно рассматривать как самое малое из того, что можно достигнуть с помощью описанных выше чисто статистических по своей сути подходов. Более оптимистичные и реальные оценки приведены в табл. 3. Удивляют, на первый взгляд, неожиданно высокие показатели, представленные в первом столбце. Это говорит о том, что среди всех возможных интерпретаций каждого знамени (за редким исключением) есть явно доминирующая по частоте, которая одна, сама по себе, может обеспечить значимый резуль-

Таблица 4 Доля правильно интерпретированных знамен \bar{k} в различных схемах дешифровки Ирмология

Гласы	Подход 1	Подход 2	Подход 3	Подход 4	Подход 5
1	0,538	0,657	0,686	0,702	0,702
2	0,436	0,572	0,595	0,625	0,632
3	0,476	0,586	0,623	0,649	0,654
4	0,475	0,552	0,637	0,666	0,667
5	0,503	0,558	0,636	0,648	0,652
6	0,418	0,517	0,502	0,549	0,557
7	0,541	0,712	0,791	0,799	0,802
8	0,433	0,499	0,487	0,517	0,528

тат. Данное обстоятельство в определенной мере способствовало введению понятий ВИ и КВИ. Столбец 2 дает представление о силе связи между соседними символами. Столбец 3 указывает нижние пределы, которые при самых неблагоприятных условиях может обеспечить использование инвариантов. Незначительный прирост по сравнению со столбцом 2 обусловлен тем, что метод допускает отказы по некоторым (как правило, наиболее вариативным) позициям (в подходе 2 их нет). Следовательно, подход 3 нужно использовать в сочетании с каким-то другим, как минимум, для устранения отказов. Подходы 4 и 5 показывают, что использование простейших методов устранения отказов улучшает результат в среднем на 2%–5% в зависимости от гласа. Можно добавить также, что метод 3 в сочетании с попевками Металлова улучшает свой результат в среднем на 6%–7%, а метод 4 — всего на 1%–2% (результаты не приведены, поскольку носят предварительный характер).

Интеграция подхода 3 с 1 и 2 носила ограниченный характер, касалась только знамен, для которых имел место отказ. Предметом дальнейшего рассмотрения будет исследование возможности кооперации подходов 3 и 2 без указанного ограничения. Интерес представляет также исследование возможностей использования для дешифровки структур, названных авторами «условными инвариантами» в том смысле, что для них не является обязательным выполнение условия доминирования $F_{\max} > F/2$.

Анализ ошибок дешифровки показывает, что подавляющая их часть связана с определением звуковысотной привязки знамен. Ошибки в восстановлении ритмической структуры встречаются редко. Повышенная концентрация ошибок наблюдается на стыках попевочных структур и в местах вхождения лиц и фит. Для последних, по-видимому, целесообразно строить отдельные словари, поскольку в разводах лиц и фит «рядовым» знаменем сохраняется еще элемент «тайнозамкненности».

Многие ошибки носят характер «допустимого варьирования» и тем самым фактически понижают приводимые в работе показатели качества. Например, знамя «стопаца с очком» (л.) обычно интерпретируется двумя четвертными в нисходящем движении (на ступень вниз). Именно на это и «настроены» словари инвариантов. Однако иногда, когда последний звук этого знамени совпадает по высоте с первым звуком следующего, делают скачок на две ступени вниз, что классифицируется как ошибка. Разбор подобных случаев «допустимого варьирования» и правильный их учет в показателях эффективности и дешифровки требует отдельного рассмотрения.

6 Заключение

Рассмотрены различные подходы к дешифровке древнерусских знаменных песнопений с привлечением компьютерно-ориентированных технологий. Область возможного использования ограничивается певческими книгами XVII в. и более позднего периода, допускающими и *беспометную* нотацию. Возможность применения рассматриваемых подходов для дешифровки беспометных песнопений XVI в. требует отдельного обоснования. Результат обработки — это последовательность знамен и предлагаемые их интерпретации, не исключаяющие, однако, наличие ошибок. Он может быть использован экспертом-медиевистом в качестве начального варианта, требующего последующей доработки.

Из рассмотренных вариантов решения предпочтение отдано методу, основанному на использовании словарей ВИ и КВИ, в сочетании с триграммной схемой обработки отказов в интерпретации, допускаемых основной процедурой. Эта схема интеграции разных подходов обеспечивает компромисс между качеством дешифровки и сложностью реализации. Понятия ВИ и КВИ введены авторами работы и оказались весьма продуктивными для дешифровки. Прослежена связь этих понятий с попевочной структурой песнопений. Словари ВИ и КВИ строятся на основе двознаменных певческих книг конца XVII – начала XVIII вв.

В серии экспериментов обоснована целесообразность построения и использования словарей для отдельных типов певческих книг (Октоихи, Ирмологии, Праздники и т. п.), а не их совокупности. При условии согласования типов дешифруемого песнопения и используемого словаря достигается 65%–80%-ная точность дешифровки по разным гласам в режиме скользящего контроля. Анализ ошибок показывает, что многие из них носят характер «допустимого варьирования».

Литература

- [1] *Бражников М. В.* Пути развития и задачи расшифровки знаменного роспева XII–XVIII веков. — Л.—М.: Музыка, 1949. 104 с.
- [2] *Бражников М. В.* Древнерусская теория музыки. По рукописным материалам XV–XVIII веков. — Л.: Музыка, 1972. 423 с.
- [3] Певческие азбуки древней Руси / Публикации, перевод, предисловие и комментарии Д. Шабалина. — Кемерово: Кузбассвузиздат, 1991. 278 с.
- [4] *Бражников М. В.* Новые памятники знаменного роспева. — Л.: Музыка, 1967.
- [5] *Смоляков Б. Г.* К проблеме расшифровки знаменной нотации // Вопросы теории музыки. — М., 1975. Вып. 3. С. 41–69.
- [6] *Карастоянов Б. П.* К вопросу расшифровки крюковых певческих рукописей знаменного роспева // *Musica Antiqua* (Bydgoszcz), 1975. С. 485–504.
- [7] *Школьник М. Г.* Проблемы реконструкции знаменного роспева XII–XVII веков: На материале византийского и древнерусского Ирмология. Автореф. дисс... канд. иск. наук. — М., 1996. 23 с.
- [8] *Даньшина М. В., Филиппович А. Ю.* Методика автоматизированной расшифровки знаменных песнопений // Вестник Московского государственного технического ун-та им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение», 2014. Вып. 4(97)С. 55–69.
- [9] *Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н.* Компьютерный поиск инвариантных структурных единиц знаменного роспева // Проблемы музыкальной науки. Российский научный специализированный журнал, 2011. № 1(8). С. 20–24.

- [10] *Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Мирошниченко Л. А., Титкова Т. Н.* Параллельные тексты в задаче дешифровки древнерусских знаменных песнопений // Машинное обучение и анализ данных, 2015. Т. 1. № 13. С. 1866–1876.
- [11] *Металлов В. М.* Осмогласие знаменного распева (сборник нотоплинейных попевок). — М., 1899. 50 с.
- [12] *Кручинина А. Н.* Попевка в русской музыкальной теории XVII века. Автореф. дисс... канд. иск. наук. — Л., 1979.
- [13] *Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н.* Электронная азбука знаменного распева: Предварительная версия // Вычислительные системы, 2005. Вып. 174. С. 29–53.
- [14] *Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н.* Создание электронной азбуки знаменного распева на основе анализа двознаменников // Древнерусское песнопение. Пути во времени, 2010. Вып. 4. С. 99–108.
- [15] *Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н.* Выявление инвариантов и квазиинвариантов знаменного распева с помощью билингв типа «знамя–нота» // Мат-лы Всерос. Конф. ЗОНТ-2013. — Новосибирск, 2013. Т. 1. С. 27–35.
- [16] *Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н.* Компьютерный анализ и восстановление знаменной составляющей подборки В. М. Металлова // Сибирский музыкальный альманах. — Новосибирск: Изд-во НГК, 2010. С. 66–85.

Поступила в редакцию 02.09.2016

Comparison and integration of approaches to deciphering Russian ancient chants

I. V. Bakhmutova, V. D. Gusev, L. A. Miroshnichenko, and T. N. Titkova

bakh@math.nsc.ru; gusev@math.nsc.ru; luba@math.nsc.ru; titkova@math.nsc.ru

S. L. Sobolev Institute of Mathematics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences

4 Acad. Koptyug Str., Novosibirsk, Russia

The most promising approaches to the problem of noted reconstruction (deciphering) of ancient Russian hymnals of XVII–XVIII sc. written in neumatic (znamenny) form are considered. The approach, suggested by the authors, is preferable and it is based on use of invariants – neume chains that are interpreted with minimal level of ambiguity. The performance evaluations of different approaches are given. The possibility of their integration is studied.

Keywords: *dvoznamenniks; glasyi; popevki; the ancient Russian chants; deciphering; invariants; quasi-invariants*

DOI: 10.21469/22233792.2.4.03

References

- [1] Brazhnikov, M. V. 1949. *Puti razvitiya i zadachi rasshifrovki znamennogo rospeva XII–XVIII vekov* [Development path and decoding tasks of XII–XVIII centuries Znamenny chant]. Leningrad–Moscow: Music. 104 p.
- [2] Brazhnikov, M. V. 1972. *Drevnerusskaya teoriya muzyki* [Ancient Russian theory of music]. Leningrad: Music. 423 p.

- [3] *Pevcheskie azbuki drevney Rusi* [Singing the alphabet ancient Russia]. Publikatsii, perevod, pre-dislovie i commentarii D. Shabalina. [Publications, translation, introduction, and commentary D. Shabalina]. Kemerovo: Kuzbassvuzizdat. 278 p.
- [4] Brazhnikov, M. V. 1967. *Novye pamyatniki znamennoho raspeva* [New monuments of znamenny chant]. Leningrad: Music.
- [5] Smolyakov, B. G. 1975. K probleme rasshifrovki znamennoy notatsii [On the problem of Znamenny notation's decoding]. *Voprosy teorii muzyki* [Music Theory Questions] 3:41–69.
- [6] Karastoyanov, B. P. 1975. K voprosu rasshifrovki kryukovykh pevcheskikh rukopisey znamennoho raspeva [On the question of deciphering the manuscripts of vocal hook znamenny chant]. *Musica Antiqua (Bydgoszcz)*. 485–504.
- [7] Shkolnik, M. G. 1996. Problemy rekonstruktsii znamennoho raspeva VII–XVII vekov: Na materiale vizantiyskogo i drevnerusskogo Irmologiya [Problems of reconstruction of Znamenny Chant of the XII–XVII centuries: On a material of Byzantine and Old Irmologion]. Ph.D. Thesis. Moscow. 23 p.
- [8] Danshina, M. V., and A. Yu. Filippovich. 2014. Metodika avtomatizirovannoy rasshifrovki znamennykh pesnopeniy [The methodology of the automated decryption of znamenny chants]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhn. un-ta im. N. E. Baumana Ser. Priborostroenie* [Bull. N. E. Bauman Moscow State Technical University. Instrument ser.] 4(97): 55–69.
- [9] Bakhmutova, I. V., V. D. Gusev, and T. N. Titkova. 2011. Komp'yuternyy poisk invariantnykh strukturnykh edinit znamennogo raspeva [Computerized search for the invariant structural elements of znamenny chant]. *Music Scholarship* 1(8):20–24.
- [10] Bakhmutova, I. V., V. D. Gusev, L. A. Miroshnichenko, and T. N. Titkova. 2015. Parallel'nye teksty v zadache deshifrovki drevnerusskikh znamennykh pesnopeniy [Parallel texts in the problem of deciphering of ancient Russian chant]. *Mach. Learn. Data Anal.* 1(13):1866–1876.
- [11] Metallov, V. M. 1899. *Osmoglasie znamennoho raspeva (sbornik notolinykh popevok)* [Osmoglasia znamenny chant: Collection of notoline songs]. Moscow: Nauka. 50 p.
- [12] Kruchinina, A. N. 1979. Popevka v russkoy muzykal'noy teorii XVII veka [Popevka in Russian musical theory of the XVII century]. Ph.D. Thesis. Leningrad.
- [13] Bakhmutova, I. V., V. D. Gusev, and T. N. Titkova. 2005. Elektronnaya azbuka znamennoho raspeva: Predvaritel'naya versiya [Electronic alphabeth of Russian chant: Previous version]. *Comput. Syst.* 174:29–53.
- [14] Bakhmutova, I. V., V. D. Gusev, and T. N. Titkova. 2010. Sozdanie elektronnoy azbuki znamennoho raspeva na osnove analiza dvoznamennikov [Creation of an electronic alphabet znamenny chant based on the analysis of dvoznamennikov]. *Drevnerusskoe penie. Puti vo vremeni* [Ancient Chants. Time Path] 4:99–108.
- [15] Bakhmutova, I. V., V. D. Gusev, and T. N. Titkova. 2013. Vyyavlenie invariantov i kvaziinvariantov znamennoho raspeva s pomoshch'yu bilingv tipa "znamya-nota" [Revelation of invariants and quasi-invariants of znamenny chant using "neume-note" bilinguas]. *Russian Conference ZONT-2013 Proceedings*. Novosibirsk. 1:27–35.
- [16] Bakhmutova, I. V., V. D. Gusev, and T. N. Titkova. 2010. Komp'yuternyy analiz i vosstanovlenie znamennoy sostavlyayushchey podborki V. M. Metallova [Computer analysis and restoration of znamenny component V. M. Metallov selections]. *Sib. Musical Almanach*. Novosibirsk: NGK. 66–85.

Received September 2, 2016