

# Быстрый алгоритм поиска границ зрачка и радужной оболочки глаза\*

*В. В. Чигринский<sup>1</sup>, Ю. С. Ефимов<sup>1</sup>, И. А. Матвеев<sup>2</sup>*

chigrinskiy.viktor@phystech.edu; yuri.efimov@phystech.edu; matveev@ccas.ru

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт, Россия, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

<sup>2</sup>ФИЦ «Информатика и управление» РАН, Россия, г. Москва, ул. Вавилова, 44/2

Решается задача поиска границ зрачка и радужной оболочки на изображении глаза. Определяются параметры аппроксимирующих окружностей, а именно: координаты центров и радиусы. Для решения задачи выполняется последовательность шагов: морфологическая обработка и бинаризация входного изображения, определение параметров зрачка, выделение множества граничных точек с помощью оператора Кэнни и определение параметров радужной оболочки с помощью плотности распределения точек по их расстояниям до найденного центра зрачка. Для тестирования алгоритма используется смесь из 2331 изображения радужки.

**Ключевые слова:** компьютерное зрение; аппроксимация окружностями; морфологическая обработка изображений; оператор Кэнни; определение границ радужной оболочки

DOI: 10.21469/22233792.2.2.03

## 1 Введение

Решается задача выделения радужной оболочки на изображении глаза. Решение может быть использовано в биометрии и медицине. Требуется аппроксимировать границы зрачка и радужной оболочки окружностями. В процессе решения возникают трудности, связанные с нечеткостью изображений, наличием бликов, посторонних объектов или шумов.

Ранее были предложены различные методы, например метод оптимального кругового пути [1, 2], основной идеей которого является рассмотрение изображения в качестве графа. Другой подход базируется на преобразовании Хафа [3, 4], которое позволяет находить на монохромном изображении параметрически заданные кривые. Идея метода — поиск локальных максимумов в фазовом пространстве параметров. В работе [4] предложен метод парных градиентов, основанный на преобразовании Хафа и сочетающий в себе несколько подходов, который давал приемлемые результаты как с точки зрения точности, так и с точки зрения времени работы.

Формально, поставленная задача — это задача поиска параметрически заданных кривых на изображении, различные подходы к решению которой подробно описаны в [5]. Для решения используются такие методы, как математическая морфология и выделение граничных точек изображения с помощью оператора Кэнни. Основные операции математической морфологии: наращивание, эрозия, замыкание и размыкание различными структурными элементами. Подробно об этих операциях можно прочитать в [6]. Оператор Кэнни [7] сглаживает изображение для подавления шума и отмечает границы в тех точках, в которых градиент яркости принимает максимальное значение. В поставленной задаче морфологическая обработка представляет собой последовательное выполнение эрозии и наращивания, что позволяет удалить блики и посторонние шумы на изображении,

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-07-01171.

а оператор Кэнни необходим для выделения граничных точек, соответствующих искомым границам зрачка и радужной оболочки.

## 2 Постановка задачи

Входные данные — растровое монохромное изображение  $I_0$  размера  $W \times H$ . Типичный размер —  $640 \times 480$ , однако, возможны и другие варианты. Изображение получено путем фотографирования в ближнем инфракрасном (ИК) диапазоне (850–880 нм) открытого глаза камерой, расположенной приблизительно на его оптической оси. Примеры входных данных приведены на рис. 1.

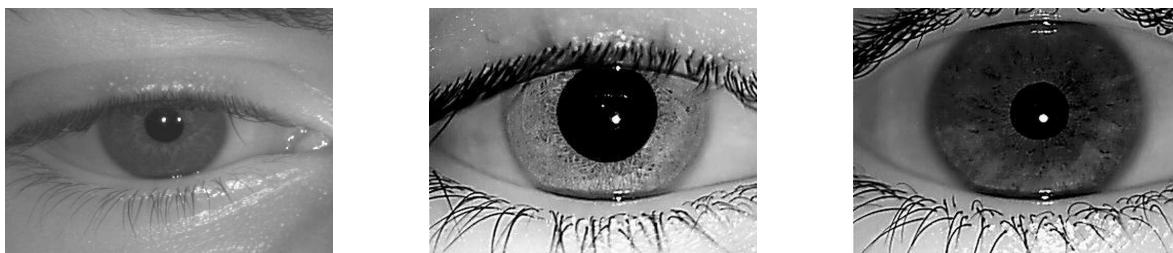


Рис. 1 Примеры входных данных алгоритма

Каждый пиксель входного изображения описывается целым числом от 0 до 255, определяя одну из градаций серого. Требуется найти параметры двух окружностей, аппроксимирующих границы зрачка и радужки, а именно координаты центров и радиусы:  $\{\xi_{\text{pupil}}, \eta_{\text{pupil}}, \rho_{\text{pupil}}\}$  и  $\{\xi_{\text{iris}}, \eta_{\text{iris}}, \rho_{\text{iris}}\}$ .

Качество работы метода оценивается на основе сравнения полученных результатов с «истинными» параметрами, определенными экспертом:  $\{\tilde{\xi}_{\text{pupil}}, \tilde{\eta}_{\text{pupil}}, \tilde{\rho}_{\text{pupil}}\}$  и  $\{\tilde{\xi}_{\text{iris}}, \tilde{\eta}_{\text{iris}}, \tilde{\rho}_{\text{iris}}\}$ .

Абсолютной ошибкой определения искоемых параметров считается максимум среди модулей отклонений найденных значений от экспертных:

$$S = \max \left\{ \left| \xi_{\text{pupil}} - \tilde{\xi}_{\text{pupil}} \right|, \left| \eta_{\text{pupil}} - \tilde{\eta}_{\text{pupil}} \right|, \left| \rho_{\text{pupil}} - \tilde{\rho}_{\text{pupil}} \right|, \left| \xi_{\text{iris}} - \tilde{\xi}_{\text{iris}} \right|, \left| \eta_{\text{iris}} - \tilde{\eta}_{\text{iris}} \right|, \left| \rho_{\text{iris}} - \tilde{\rho}_{\text{iris}} \right| \right\}, \quad (1)$$

Относительной ошибкой  $e$  считается отношение абсолютной (1) к радиусу радужной оболочки  $\tilde{\rho}_{\text{iris}}$ :

$$e = \frac{S}{\tilde{\rho}_{\text{iris}}}. \quad (2)$$

На отдельном изображении эксперимент считается успешным, если значение относительной ошибки (2) не превосходит допустимого значения  $\delta$ , определенного экспертом. Критерием качества описанного алгоритма в целом считается доля изображений, на которых относительная ошибка не превосходит  $\delta$ .

## 3 Описание алгоритма

Решение задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе ведется поиск границы зрачка. Для этого изображение сначала подвергается морфологической обработке, а за-

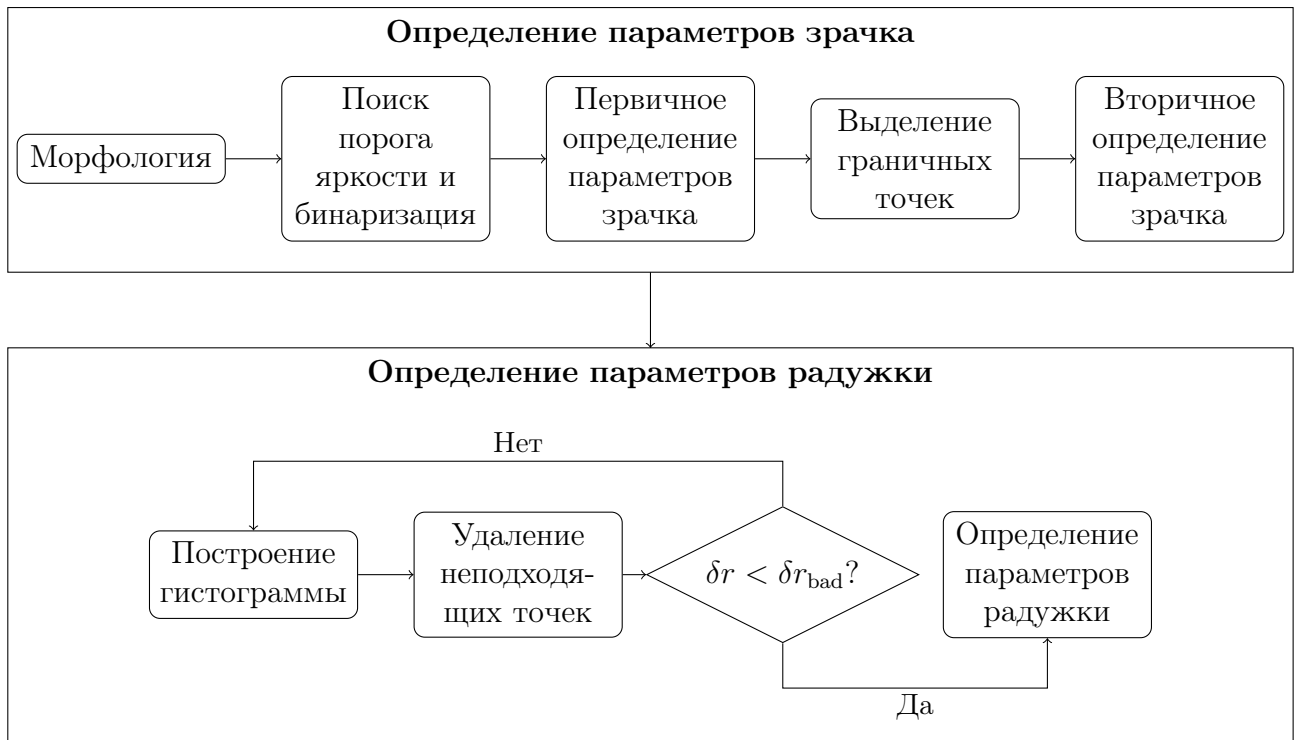


Рис. 2 Общая блок-схема алгоритма

тем бинаризуется, и в бинаризованном изображении выделяется наиболее похожая на круг компонента. Ее граничные точки аппроксимируются окружностью методом наименьших квадратов, и параметры зрачка первично полагаются равными параметрам этой окружности. Затем на морфологически обработанном изображении выделяются граничные точки с помощью оператора Кэнни и по этим граничным точкам окончательно определяется аппроксимирующая зрачок окружность.

На втором этапе осуществляется поиск границы радужной оболочки. Для этого по граничным точкам изображения строится гистограмма численного приближения плотности распределения этих точек по расстояниям до найденного ранее центра зрачка. Максимум такой гистограммы находится в окрестностях радиуса границы радужной оболочки. Затем итеративно удаляются шумовые точки, пока среднеквадратичное отклонение  $\delta r$  аппроксимации оставшихся точек окружностью не станет ниже заданного значения  $\delta r_{\text{bad}}$ . После окончания итеративной процедуры определяются параметры радужной оболочки. Общая блок-схема алгоритма приведена на рис. 2.

### 3.1 Первичное определение границ зрачка

Исходное изображение глаза  $\mathbf{I}_0$  подвергается морфологической обработке, а именно: последовательному выполнению эрозии и наращивания, — для избавления от бликов и посторонних мелких шумов. Далее морфологически обработанное изображение  $\mathbf{I}_{\text{morph}}$  бинаризуется по порогу яркости  $\mathcal{T}$ , а именно: строится изображение  $\mathbf{V}(\mathcal{T}; \xi, \eta)$  следующим образом

$$\mathbf{V}(\mathcal{T}; \xi, \eta) = [\mathbf{I}_{\text{morph}}(\xi, \eta) \leq \mathcal{T}]. \quad (3)$$

Здесь и далее квадратными скобками  $[\cdot]$  обозначена нотация Айверсона: индикаторная функция, определенная на множестве всех логических выражений  $\mathfrak{B}$ , принимающая значение 1 на истинных и 0 на ложных, формально:

$$[\cdot] : \mathfrak{B} \rightarrow \{0, 1\}; \quad [\beta] = \begin{cases} 1, & \text{если } \beta \text{ истинно;} \\ 0, & \text{если } \beta \text{ ложно.} \end{cases}$$

Определение порога яркости  $\mathcal{T}$  осуществляется перебором. Производится бинаризация по всем различным значениям пикселей изображения. В бинаризованном по некоторому порогу  $\tau$  изображении выделяются компоненты связности. В предположении, что радиус зрачка не меньше, чем

$$r_{\text{small}} = 0,01 \frac{H + W}{2},$$

где  $H$  и  $W$  — высота и ширина изображения соответственно, удаляются все компоненты связности, в которых число пикселей меньше  $\pi r_{\text{small}}^2$ .

Пусть число оставшихся компонент  $N_{\text{cc}}(\tau)$ . Если  $N_{\text{cc}}(\tau) = 0$ , качество данного порога  $\tau$  полагается равным нулю. Иначе, для каждой компоненты связности определяется эффективный радиус:

$$r_{\text{eff}}(\tau; i) = \frac{1}{2} \max \{ \xi_{\max}(\tau; i) - \xi_{\min}(\tau; i), \eta_{\max}(\tau; i) - \eta_{\min}(\tau; i) \}, \quad i = 1, \dots, N_{\text{cc}}(\tau), \quad (4)$$

где  $\xi_{\max}(\tau; i)$  и  $\xi_{\min}(\tau; i)$ ,  $\eta_{\max}(\tau; i)$  и  $\eta_{\min}(\tau; i)$  — максимальная и минимальная абсциссы, максимальная и минимальная ординаты точек, относящихся к  $i$ -й компоненте связности на изображении  $\mathbf{B}(\tau; \xi, \eta)$  соответственно. Далее, каждой компоненте приписывается качество:

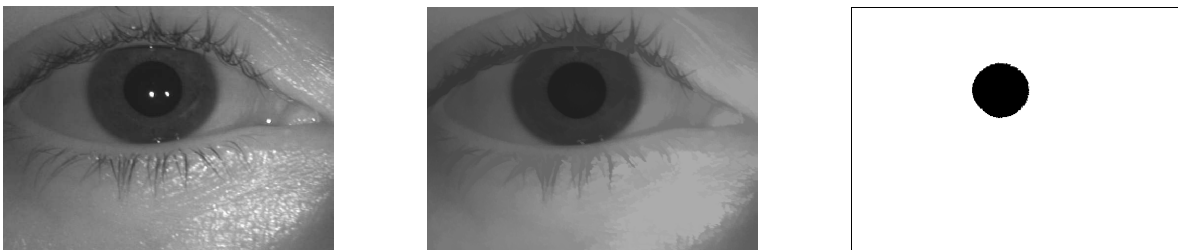
$$q(\tau; i) = 1 - \left| 1 - \frac{S(\tau; i)}{\pi r_{\text{eff}}^2(\tau; i)} \right|, \quad (5)$$

где  $S(\tau; i)$  — число пикселей в  $i$ -й компоненте связности на изображении  $\mathbf{B}(\tau; \xi, \eta)$ . Чем ближе значение  $q(\tau; i)$  к единице, тем больше  $i$ -я компонента похожа на круг. Значению порога  $\tau$ , по которому происходила бинаризация, в этом случае приписывается качество, равное максимальному среди качеств всех его компонент. В общем случае, качество порога яркости  $\tau$  определяется следующим образом:

$$Q(\tau) = [N_{\text{cc}}(\tau) > 0] \max_i q(\tau; i). \quad (6)$$

Искомый порог яркости  $\mathcal{T}$  определяется как

$$\mathcal{T} = \arg \max_{\tau} Q(\tau). \quad (7)$$



**Рис. 3** Морфологическая обработка и бинаризация изображения

Пример бинаризации изображения приведен на рис. 3. Здесь и далее все бинарные изображения инвертированы для большей наглядности.

После бинаризации изображения по найденному значению  $\mathcal{T}$  из него выделяется компонента связности с наибольшим значением  $q(\mathcal{T}; i)$ , т. е. наиболее похожая на круг. Граничные точки этой компоненты аппроксимируются окружностью. Параметры зрачка  $\xi_{\text{pupil}}$ ,  $\eta_{\text{pupil}}$  и  $\rho_{\text{pupil}}$  первично полагаются равными параметрам этой окружности.

### 3.2 Вторичное определение границ зрачка

К изображению  $\mathbf{I}_{\text{morph}}$  — результату морфологической обработки исходного изображения — применяется оператор Кэнни, и получается изображение его граничных точек  $\mathbf{I}_{\text{edge}}$ . Для каждой граничной точки определяется расстояние до найденного центра зрачка:

$$\rho = \sqrt{(\xi - \xi_{\text{pupil}})^2 + (\eta - \eta_{\text{pupil}})^2}. \quad (8)$$

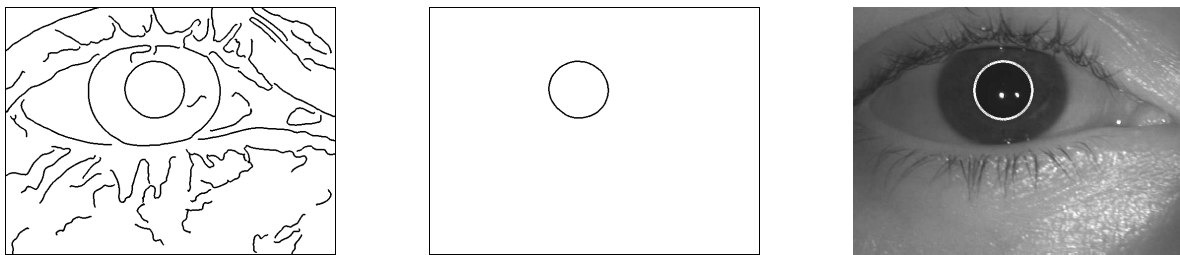


Рис. 4 Определение границ зрачка

Поскольку вычисленные ранее параметры зрачка зачастую оказываются неточными, например из-за недостаточно открытых век, покрашенных ресниц или теней на фотографии, иногда требуется обновить их. Для этого строится изображение  $\mathbf{I}_{\text{pupil}}$ , состоящее из точек изображения  $\mathbf{I}_{\text{edge}}$ , предположительно относящихся к границе зрачка, и только них:

$$\mathbf{I}_{\text{pupil}}(\xi, \eta) = \left[ \rho < \frac{5}{4} \rho_{\text{pupil}} \right] \mathbf{I}_{\text{edge}}(\xi, \eta). \quad (9)$$

Константа  $5/4$  взята из соображения, заключающегося в том, что отношение радиуса радужной оболочки к радиусу зрачка не превосходит этой константы, согласно [8]. Далее на построенном изображении  $\mathbf{I}_{\text{pupil}}$  удаляются достаточно малые компоненты связности: такие, для которых

$$S < \rho_{\text{pupil}}, \quad (10)$$

где  $S$  — число пикселей в некоторой компоненте связности. Оставшиеся точки аппроксимируются окружностью. Параметры этой окружности — вторичные параметры зрачка. Пример определения границ зрачка приведен на рис. 4.

### 3.3 Определение границ радужной оболочки. Общая идея

Известно [8], что диапазон значений отношения радиуса радужной оболочки к радиусу зрачка лежит в интервале  $(5/4, 5)$ . Поэтому точки изображения  $\mathbf{I}_{\text{edge}}$ , которые могут соответствовать границе радужной оболочки, удовлетворяют системе неравенств:

$$\frac{5}{4} \rho_{\text{pupil}} < \rho < 5 \rho_{\text{pupil}}.$$

В силу этого наблюдения строится изображение  $\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(0)}$ , состоящее из тех и только тех точек изображения  $\mathbf{I}_{\text{edge}}$ , которые могут относиться к границе радужной оболочки:

$$\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(0)}(\xi, \eta) = \left[ \frac{5}{4} \rho_{\text{pupil}} < \rho < 5 \rho_{\text{pupil}} \right] \mathbf{I}_{\text{edge}}(\xi, \eta). \quad (11)$$

Построенное таким образом изображение охватывает слишком большое количество точек, большинство из которых являются шумовыми. Для избавления от таковых предлагается итеративная процедура, основанная на том, что плотность распределения точек по их расстоянию до центра зрачка (8) имеет характерный локальный максимум в окрестности значения искомого радиуса радужной оболочки в силу того, что зрачок и радужка являются приближенно концентрическими. Однако искомым максимум плотности распределения может затеряться среди других, соответствующих большому количеству шума за пределами радужки, поэтому реальную плотность распределения  $f_{\text{real}}(\rho)$  необходимо отнормировать на наиболее вероятное значение радиуса радужки. Таким образом, получается эффективная плотность распределения:

$$f(\rho) = \frac{f_{\text{real}}(\rho) \nu(\rho_{\text{pupil}}; \rho)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\text{real}}(\rho') \nu(\rho_{\text{pupil}}; \rho') d\rho'}; \quad (12)$$

$$\nu(\rho_{\text{pupil}}; \rho) \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2); \quad \mu = \frac{5}{2} \rho_{\text{pupil}}; \quad \sigma = \frac{3}{10} \rho_{\text{pupil}}, \quad (13)$$

константы  $5/2$  и  $3/10$  получены путем анализа большой базы изображений радужки, для которой известна экспертная разметка.

$k$ -й шаг итеративной процедуры заключается в следующем: сначала точки изображения  $\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k-1)}$  аппроксимируются окружностью, вычисляется среднеквадратичное отклонение такой аппроксимации  $\delta r^{(k)}$ . В случае, если среднеквадратичное отклонение оказывается меньше некоторого заданного параметра  $\delta r_{\text{bad}}$ , процедура прекращается (в работе полагается  $\delta r_{\text{bad}} = 0,05$ ). В противном случае определяется реальная плотность распределения точек изображения по расстояниям до центра зрачка, затем с помощью (12) и (13) строится эффективная плотность распределения и, наконец, изображение  $\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k)}$  следующим образом:

$$\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k)}(\xi, \eta) = \left[ \forall \lambda \in [0, 1] \quad f \left( \lambda \rho + (1 - \lambda) \arg \max_{\rho} f(\rho) \right) > \frac{1}{\ell} \right] \mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k-1)}(\xi, \eta), \quad (14)$$

где

$$\ell = \rho_{\text{max}} - \rho_{\text{min}}. \quad (15)$$

Другими словами, выделяется максимальный по вложению промежуток значений  $\rho$ , содержащий в себе значение, доставляющее максимум плотности распределения, и такой, что каждая его точка удовлетворяет условию:

$$f(\rho) > \frac{1}{\ell}.$$

После окончания процедуры в текущем изображении  $\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k)}$  удаляются достаточно малые (10) компоненты связности. Получается изображение  $\mathbf{I}_{\text{iris}}$ , точки которого аппроксимируются окружностью. Параметры этой окружности — искомые параметры радужной



Рис. 5 Определение границ радужной оболочки

оболочки. В случае, если расстояние между найденными центрами зрачка и радужки оказывается достаточно большим, т. е. удовлетворяющим условию

$$\sqrt{(\xi_{\text{pupil}} - \xi_{\text{iris}})^2 + (\eta_{\text{pupil}} - \eta_{\text{iris}})^2} > \frac{1}{5} \rho_{\text{pupil}},$$

точки  $\mathbf{I}_{\text{iris}}$  вновь аппроксимируются окружностью, но уже с фиксированным центром, совпадающим с центром зрачка, и параметры границы радужной оболочки обновляются. Пример определения границ радужной оболочки приведен на рис. 5.

### 3.4 Определение границ радужной оболочки. Численная реализация

В действительности изображение, с которым ведется работа, является не непрерывной функцией двух переменных, а матрицей конечных размеров. В связи с такой дискретизацией оказывается затруднительным реализовать описанную выше процедуру на вычислительной машине, а именно — построить эффективную плотность распределения. Поэтому предлагается следующая численная реализация построения этой плотности: значения  $\rho$ , соответствующие всем пикселям текущего изображения, округляются до целых. Для всех целочисленных  $\tilde{\rho}$  строится функция  $n(\tilde{\rho})$ , определяющее число точек, соответствующих данному  $\tilde{\rho}$ . Численное приближение плотности распределения определяется как

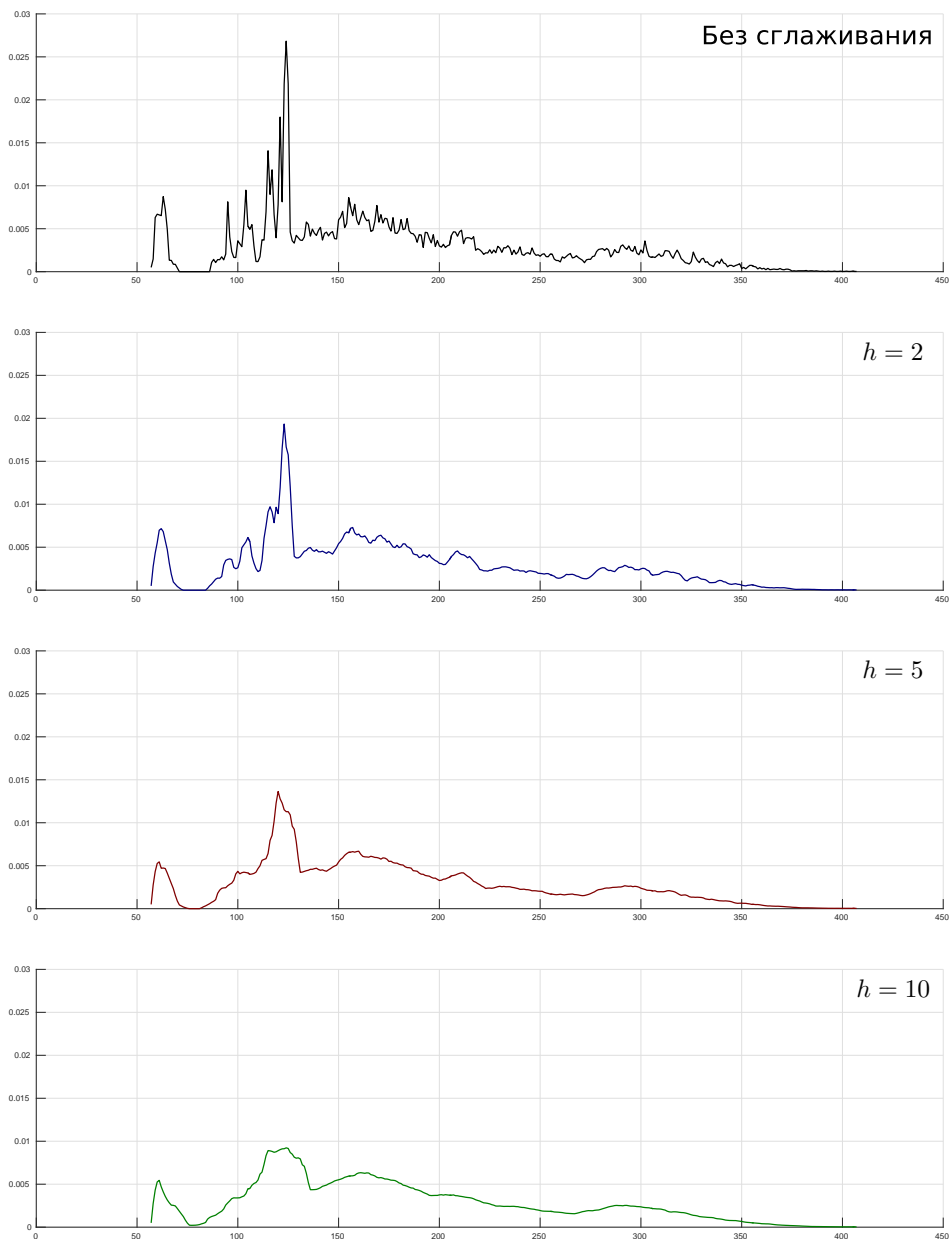
$$\tilde{f}_{\text{real}}(\tilde{\rho}) = \frac{n(\tilde{\rho})/(2\pi\tilde{\rho})}{\sum n(\tilde{\rho}')/(2\pi\tilde{\rho}')}, \tag{16}$$

где знаменатель определяет нормировочный коэффициент, а суммирование осуществляется по всем целочисленным  $\tilde{\rho}'$ , соответствующим точкам текущего изображения. Эффективное значение плотности распределения получается из (12) и (13) с заменой реальной плотности распределения  $f_{\text{real}}(\rho)$  ее численным приближением (16) и интеграла суммой:

$$\tilde{f}(\tilde{\rho}) = \frac{\tilde{f}_{\text{real}}(\tilde{\rho})\nu(\rho_{\text{pupil}}; \tilde{\rho})}{\sum \tilde{f}_{\text{real}}(\tilde{\rho}')\nu(\rho_{\text{pupil}}; \tilde{\rho}')}. \tag{17}$$

На текущем этапе график  $(\tilde{\rho}, \tilde{f}(\tilde{\rho}))$  представляет собой пилообразную гистограмму. Для хорошей работы вышеописанного алгоритма на остальных шагах эта гистограмма подвергается процессу сглаживания, чтобы график наиболее сильно походил на график плотности распределения точек на изображении, рассматриваемом как непрерывная функция. Для сглаживания применяется метод скользящего среднего с шириной окна  $2h + 1$ : значению функции в некоторой точке  $x_0$  присваивается ее среднее значение по всем точкам отрезка длины  $2h + 1$  с центром в  $x_0$ :

$$\tilde{f}_{\text{smooth}}(h; \tilde{\rho}) = \frac{1}{2h + 1} \sum_{s=-h}^h \tilde{f}(\tilde{\rho} + s). \quad (18)$$



**Рис. 6** Сглаживание гистограммы при различных значениях полуширины окна



Иллюстрация сглаживания гистограммы приведена на рис. 6.

Краткое описание всего вышеизложенного приведено в алгоритме 1.

---

### Алгоритм 1 Определение границ зрачка радужной оболочки глаза на изображении

---

**Вход:** изображение  $\mathbf{I}_0$ .

**Выход:** параметры окружностей  $\xi_{\text{pupil}}, \eta_{\text{pupil}}, \rho_{\text{pupil}}, \xi_{\text{iris}}, \eta_{\text{iris}}, \rho_{\text{iris}}$ .

$\mathbf{I}_{\text{morph}} \leftarrow \text{morphology}(\mathbf{I}_0)$  // Морфологическая обработка

для всех значений  $\tau$  пикселей в  $\mathbf{I}_{\text{morph}}$

$\mathbf{B}(\tau) \leftarrow \text{binary}(\mathbf{I}_{\text{morph}}; \tau)$  // Бинаризация по порогу  $\tau$

Удалить малые компоненты связности

для всех компонент связности  $i$

$r_{\text{eff}}(\tau; i) \leftarrow (4)$

$q(\tau; i) \leftarrow (5)$

$Q(\tau) \leftarrow (6)$

$\mathcal{T} \leftarrow (7)$

$\mathbf{B} \leftarrow (3)$

Выделить в  $\mathbf{B}$  компоненту связности с наибольшим значением  $q$

Выделить граничные точки  $\mathbf{I}_{\text{pupil}}$  этой компоненты

$\xi_{\text{pupil}}, \eta_{\text{pupil}}, \rho_{\text{pupil}} \leftarrow \text{OLS}(\mathbf{I}_{\text{pupil}})$  // Метод наименьших квадратов

$\mathbf{I}_{\text{edge}} \leftarrow \text{Canny}(\mathbf{I}_{\text{morph}})$  // Оператор Кэнни

$\mathbf{I}_{\text{pupil}} \leftarrow (9)$

Удалить малые компоненты связности

$\xi_{\text{pupil}}, \eta_{\text{pupil}}, \rho_{\text{pupil}} \leftarrow \text{OLS}(\mathbf{I}_{\text{pupil}})$

$\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(0)} \leftarrow (11)$

$k = 0$

$\delta r^{(0)} \leftarrow \text{OLS}(\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(0)})$

пока  $\delta r^{(k)} > \delta r_{\text{bad}}$

$f_{\text{real}} \leftarrow (16)$

$f \leftarrow (17)$

$f_{\text{smooth}} \leftarrow (18)$

$k \leftarrow k + 1$

$\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k)} \leftarrow (14)$

$\delta r^{(k)} \leftarrow \text{OLS}(\mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k)})$

Удалить малые компоненты связности

$\mathbf{I}_{\text{iris}} \leftarrow \mathbf{I}_{\text{iris}}^{(k)}$

$\xi_{\text{iris}}, \eta_{\text{iris}}, \rho_{\text{iris}} \leftarrow \text{OLS}(\mathbf{I}_{\text{iris}})$

---

## 4 Вычислительный эксперимент

Целью вычислительного эксперимента является проверка работы алгоритма на реальных данных, а также сравнение точности результатов и времени работы предлагаемого метода с этими же показателями метода парных градиентов, предложенного в работе [4].

Вычисления производились на персональном компьютере с четырехядерным процессором Intel Core i7 3630QM с частотой 2,4 ГГц, оперативная память 8 ГБ, в системе MATLAB.

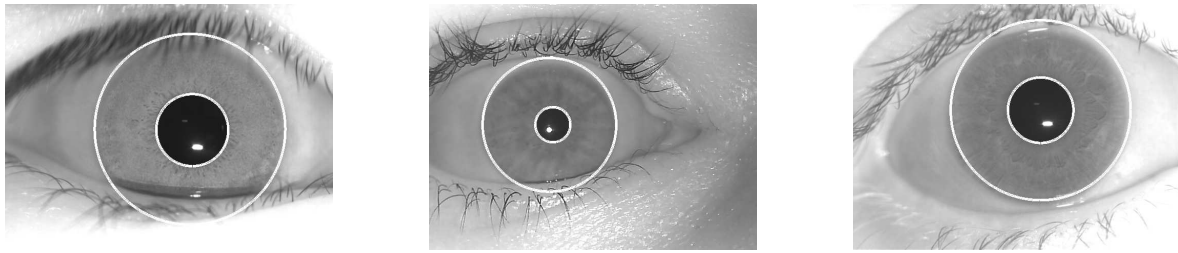


Рис. 7 Примеры корректной работы алгоритма

Для тестирования алгоритма использовалась смесь различных изображений радужки, включающая в себя такие базы, как BATH, ICE, NDIRIS, UBI, CASIA [9], и состоящая из 2331 изображения различного разрешения и качества. Для каждого изображения экспертом были определены истинные значения искомых параметров, записанные в файл разметки, и с учетом этих значений и результатов работы алгоритма были рассчитаны величины относительных ошибок (2). Примеры корректной работы алгоритма приведены на рис. 7.

#### 4.1 Анализ точности и времени работы

Для выявления наиболее хорошего в плане точности результатов и времени работы параметра метода сглаживания был осуществлен перебор при различных значениях этого параметра и сравнение всех полученных результатов между собой и с результатами метода парных градиентов, которое приведено в таблице, где  $t$  — время работы в среднем на одно изображение,  $\tilde{\ell}$  — количество точек гистограммы, определяется аналогично с (15):

$$\tilde{\ell} = \tilde{\rho}_{\max} - \tilde{\rho}_{\min},$$

а случай  $h = 0$  соответствует отсутствию сглаживания.

Как видно из таблицы, предлагаемый алгоритм, независимо от параметра, тратит в среднем на одно изображение около 0,25 с, что почти в 2 раза меньше того же показателя алгоритма, с которым производилось сравнение. Точность вычислений оказалась также практически не зависящей от параметра, однако наиболее предпочтительные результаты были получены при значении  $h = 0,02\tilde{\ell}$ . Более подробное сравнение результатов,

Результаты работы алгоритмов

$h/\tilde{\ell}$	$e < 0,02, \%$	$e < 0,03, \%$	$e < 0,05, \%$	$e < 0,07, \%$	$e < 0,1, \%$	$t, \text{с}$
<b>Предлагаемый метод</b>						
0	25,91	46,68	71,39	80,82	87,22	0,246
0,005	26,21	46,85	71,47	81,34	86,96	0,250
0,01	28,01	49,72	73,06	82,11	87,34	0,253
0,015	28,61	50,58	74,05	82,15	87,26	0,254
<b>0,02</b>	<b>29,56</b>	<b>52,25</b>	<b>73,62</b>	<b>81,72</b>	<b>86,53</b>	<b>0,254</b>
0,025	30,12	52,47	73,14	81,25	85,89	0,254
0,03	29,56	51,91	72,89	80,48	84,98	0,254
<b>Метод парных градиентов</b>						
—	11,71	28,87	53,41	68,00	77,43	0,432

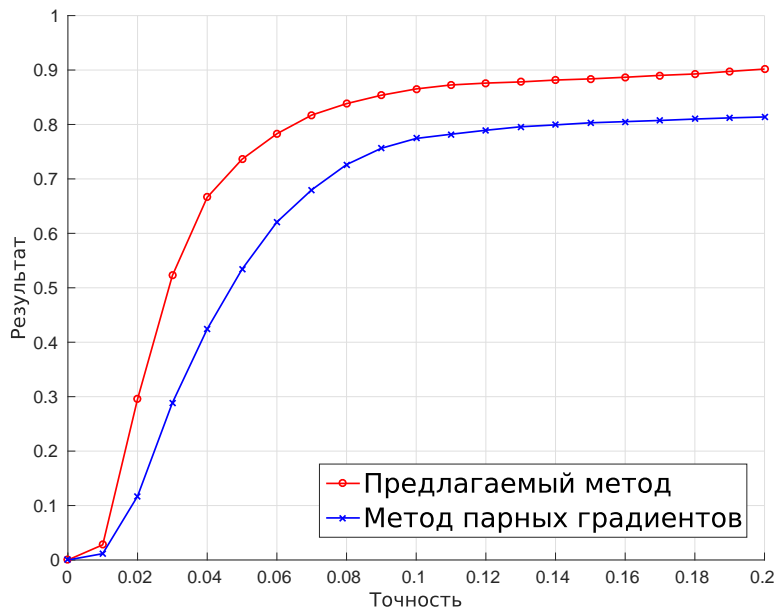


Рис. 8 Сравнение предлагаемого метода и метода парных градиентов

даваемых предлагаемым методом и методом парных градиентов, осуществлено при этом значении параметра и приведено на рис. 8.

## 4.2 Анализ ошибок

При проведении вычислительного эксперимента были выявлены некоторые недостатки предлагаемого алгоритма. При сильном затемнении изображения в окрестности зрачка после бинаризации изображения не удается выделить круглую компоненту, в связи с чем не удается правильно определить положение зрачка (рис. 9).

При недостаточно темном зрачке на фотографии не удастся найти его после бинаризации по более низкому порогу яркости (рис. 10).

При сильной зашумленности на изображении после выделения граничных точек из-за высокой плотности точек, находящихся на периферии изображения, зачастую не удается верно определить радиус радужной оболочки (рис. 11).

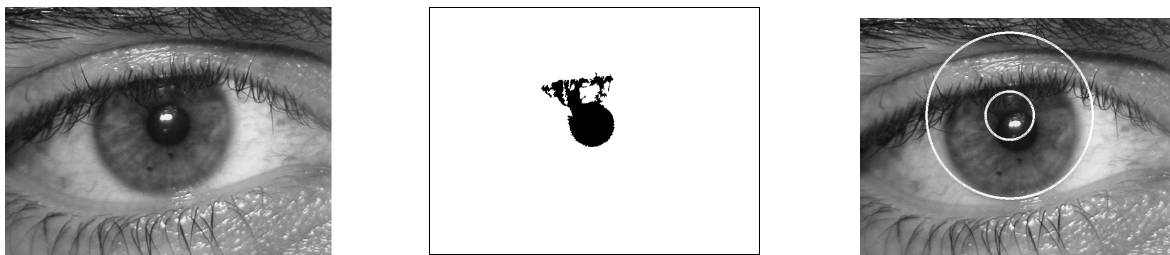


Рис. 9 Сильное затемнение изображения в окрестности зрачка

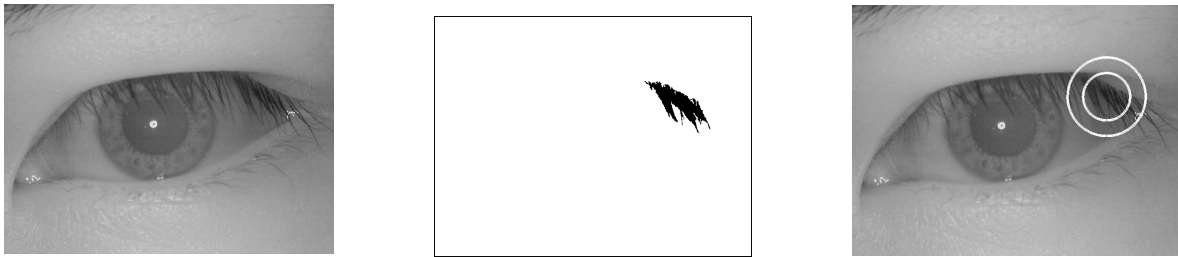


Рис. 10 Недостаточно темный зрачок



Рис. 11 Сильная зашумленность граничных точек

## 5 Заключение

Предложен быстрый алгоритм поиска границ зрачка и радужной оболочки. Проведен вычислительный эксперимент, проверяющий работоспособность предложенного алгоритма на реальных данных, результаты которого сведены в таблицу. Приведены примеры верной работы алгоритма, а также его ошибок. Произведено сравнение предложенного метода с методом парных градиентов по показателям качества и времени работы, результаты сравнения приведены в виде графика. Предложенный метод оказывается заметно более быстрым и точным, чем метод парных градиентов. Основным недостатком предлагаемого алгоритма является большое количество параметров, в данной работе грубо оцениваемых некоторыми константами, полученными эмпирическим путём, а также зависимость выбора этих параметров от входного изображения.

## Литература

- [1] Матвеев И. А. Оптимизация кругового пути как метод выделения и уточнения границ радужки на изображении глаза // Известия РАН. Теория и системы управления, 2011. Т. 50. № 5. С. 778–784. doi: 10.1134/S1064230711050157.
- [2] Matveev I. A., Simonenko I. V. Detecting precise iris boundaries by circular shortest path method // Pattern Recogn. Image Anal., 2014. Vol. 24. No. 2. P. 304–309. doi: 10.1134/S1054661814020126.
- [3] Матвеев И. А., Ганькин К. А., Гнеушев А. Н. Сегментация изображения радужки глаза, основанная на приближенных методах с последующими уточнениями // Известия РАН. Теория и системы управления, 2014. Т. 53. № 2. С. 224–238. doi: 10.1134/S1064230714020099.

- [4] *Ефимов Ю. С., Матвеев И. А.* Поиск внешней и внутренней границ радужной оболочки на изображении глаза методом парных градиентов // *Машинное обучение и анализ данных*, 2015. Т. 1. № 14. С. 1991–2002. doi: 10.21469/22233792.1.14.08.
- [5] Stockman G., Shapiro L. G. *Computer vision*. — L.: Prentice Hall PTR, 2001. P. 322–340.
- [6] Serra J. *Image analysis and mathematical morphology*. — Upper Saddle River: Academic Press, Inc., 1982. P. 424–478.
- [7] Canny J. F. A computational approach to edge detection // *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intelligence*, 1986. Vol. 8. No. 6. P. 679–698. doi: 10.1109/TPAMI.1986.4767851.
- [8] *Гиляров М. С.* Биологический энциклопедический словарь. — М.: Советская энциклопедия, 1986. 218 с.
- [9] Casia iris image database. Ver. 2. <http://biometrics.idealtest.org/dbDetailForUser.do?id=2>.

*Поступила в редакцию 29.08.2016*

## Fast algorithm for determining pupil and iris boundaries\*

*V. V. Chigrinskiy<sup>1</sup>, Y. S. Efimov<sup>1</sup>, and I. A. Matveev<sup>2</sup>*

chigrinskiy.viktor@phystech.edu; yuri.efimov@phystech.edu; matveev@ccas.ru

<sup>1</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, 9 Institutskiy Per., Dolgoprudny, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Federal Research Center “Computer Science and Control” of RAS

44/2 Vavilova Str., Moscow, Russia

The paper presents a method of pupil and iris boundaries determining on eye images. The aim is to find out the parameters of approximating circles, namely, the coordinates of centers and radiuses. To solve the problem, several steps are implemented: morphological processing and a binarization of the input image, determining the pupil parameters, detecting the image edges with the Canny edge detector, and determining the iris parameters using a density of a points distribution by these distances to the just found pupil center. The mixture of the 2331 different iris images is used to test the algorithm.

**Keywords:** *computer vision; circles approximating; morphological image processing; Canny edge detector; iris boundaries determining*

**DOI:** 10.21469/22233792.2.2.03

## References

- [1] Matveev, I. A. 2011. Circular shortest path as a method of detection and refinement of iris borders in eye image. *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 50(5):778–784. doi: 10.1134/S1064230711050157.
- [2] Matveev, I. A., and I. V. Simonenko. 2014. Detecting precise iris boundaries by circular shortest path method. *Pattern Recogn. Image Anal.* 24(2):304–309. doi: 10.1134/S1054661814020126.
- [3] Matveev, I. A., K. A. Gankin, and A. N. Gneushev. 2014. Iris image segmentation based on approximate methods with subsequent refinements. *J. Comput. Syst. Sci. Int.* 53(2):224–238. doi: 10.1134/S1064230714020099.
- [4] Efimov, Y. S., and I. A. Matveev. 2015. Iris border detection using a method of paired gradients. *J. Machine Learning Data Anal.* 1(14):1991–2002. doi: 10.21469/22233792.1.14.08.

---

\*The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant 16-07-01171).

- [5] Stockman, G., and L. G. Shapiro. 2001. *Computer vision*. London: Prentice Hall PTR. 322–340.
- [6] Serra, J. 1982. *Image analysis and mathematical morphology*. Upper Saddle River: Academic Press, Inc. 424–478.
- [7] Canny, J.F. 1986. A computational approach to edge detection. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intelligence* 8(6):679–698. doi: 10.1109/TPAMI.1986.4767851.
- [8] Gilyarov, M. S. 1986. *Biological encyclopedia*. Moscow: Sovetskaya entsiklopedia. 218 p.
- [9] Casia iris image database. Ver. 2. Available at: <http://biometrics.idealtest.org/dbDetailForUser.do?id=2> (accessed December 8, 2016).

*Received August 29, 2016*