

Иерархические структуры данных и решающие алгоритмы для классификации изображений*

Ланге М. М., Ганебных С. Н.

lange_mm@ccas.ru

Москва, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Исследуется задача классификации объектов, заданных изображениями, в терминах соотношения вычислительной сложности и вероятности ошибки. Используя многоуровневую сеть эталонов, предлагаются алгоритмы иерархического поиска решения по критерию ближайшего эталона. Получены сравнительные оценки вычислительной сложности иерархических алгоритмов относительно алгоритма полного перебора эталонов. Приведены экспериментальные зависимости вычислительной сложности от вероятности ошибки распознавания подписей, жестов и лиц для решающих алгоритмов на основе иерархического поиска и полного перебора.

Ключевые слова: *изображение, классификация, эталонный объект, многоуровневая структура, решающий алгоритм, переборный поиск, иерархический поиск, вычислительная сложность, доля ошибок.*

Hierarchical Data Structures and Decision Algorithms for Efficient Image Classification*

Lange M. M., Ganebnykh S. N.

Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Moscow, Russian Federation

The problem of image-based object recognition in terms of computational complexity as a function of error rate is studied. Using a multilevel network of the template objects, two fast guided search algorithms for the decision template are suggested. For the guided search and exhaustive search algorithms, comparative estimations of computational complexity are estimated. Experimental curves of computational complexity as the function of classification error rate are obtained for a common source of gestures, signatures, and faces using the guided and exhaustive search decision algorithms.

Keywords: *image, classification, template object, multilevel structure, decision algorithm, exhaustive search, guided search, computational complexity, error rate.*

Введение

В ряде приложений задачу распознавания образов целесообразно решать в терминах соотношения характеристик качества и вычислительной сложности, требуя минимизации вероятности ошибки при заданном ограничении на объем вычислений либо минимизации объема вычислений при допустимой вероятности ошибки. В такой постановке метрическая модель классификации имеет очевидное сходство с теоретико-информационной моделью кодирования источников с заданным критерием качества (Rate Distortion Coding) при наличии канала наблюдения [1]. В модели классификации канал наблюдения эквивалентен представлению, формирующему описания объектов источника (образов), в пространстве которых строится классификатор. Решение может быть получено в пространстве иерар-

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 12-01-00920-а.

хических описаний образов с многоуровневым разрешением [2, 3, 4]. Структура таких описаний удобна для сокращения объема вычислений и позволяет реализовать алгоритмы быстрого анализа геометрических форм. В настоящей работе исследуется задача распознавания образов, заданных изображениями, в пространстве древовидно структурированных представлений эллиптическими примитивами [5]. Класс допустимых объектов, которые допускают такой способ представления, включает всевозможные объекты в виде многосвязных двумерных твердых тел с однозначно идентифицируемой системой собственных координат. Допускаются объекты в форме линейчатых (line-based) и областных (region-based) тел с полутоновой окраской. К таким объектам относятся подписи, рукописные символы, отпечатки пальцев, жесты, лица, силуэты и многие другие. Для широкого класса источников древовидные представления обладают свойством универсальности, а структура таких представлений позволяет строить сети эталонов с многоуровневым разрешением, которые допускают применение быстрых решающих алгоритмов на основе процедуры направленного поиска [6].

Задача классификации в пространстве представлений образов

Пусть \mathbf{A} – множество образов, заданных изображениями, в котором каждый образ $A \in \mathbf{A}$ имеет многоуровневое представление

$$A^L = (a^0, \dots, a^l, \dots, a^L), \quad (1)$$

в виде полного бинарного дерева [6] заданной глубины L . Представление a^l в (1) образовано набором из 2^l эллиптических примитивов, записанных в узлах l -го уровня, а последовательность представлений $A^l = (a^0, \dots, a^l)$ образует поддерево глубины l в дереве A^L . Дерево A^L строится путем рекурсивного разбиения образа A на сегменты и аппроксимации сегментов в узлах с номерами $n = 0, \dots, 2^{L+1} - 2$ эллиптическими примитивами вида

$$Q_n = (n, \mathbf{r}_n, \mathbf{u}_n, \mathbf{v}_n, z_n), \quad (2)$$

где \mathbf{r}_n – вектор центра эллипса; $\mathbf{u}_n, \mathbf{v}_n$ – векторы большой и малой полуосей; z_n – средний уровень яркости пикселей в аппроксимируемом сегменте. Векторы $\mathbf{r}_n, \mathbf{u}_n, \mathbf{v}_n$ задаются в собственных координатах образа A . Каждый делимый сегмент с номером n дает пару потомков с номерами $2n + 1, 2n + 2$. Если сегмент не может быть разбит на две части, то его потомки дублируют этот сегмент. Параметры каждого примитива (2) нормируются относительно соответствующих параметров корневого примитива с номером $n = 0$. Класс источников изображений и свойства представлений (1) определены в следующих утверждениях.

Утверждение 1. *Источник объектов, заданных на изображениях двумерными твердыми телами в виде наборов пикселей с идентифицируемой системой собственных координат, порождает множество образов \mathbf{A} , которые допускают многоуровневое представление вида (1).*

Утверждение 2. *При достаточно малом размере пикселей и большом числе уровней квантования яркостей, дерево примитивов A^L вида (1) практически инвариантно к преобразованиям поворота, смещения, изменения масштаба и уровня яркости образа A .*

Примеры многоуровневых представлений подписи, жеста руки и лица наборами эллиптических примитивов a^1, a^3, a^5, a^7 , даны на рис. 1.

Для определения семейства мер различия объектов $A \in \mathbf{A}$, $\hat{A} \in \mathbf{A}$ по их представлениям A^L, \hat{A}^L вида (1) определим функции различия соответственных примитивов $Q_n \in A^L$ и

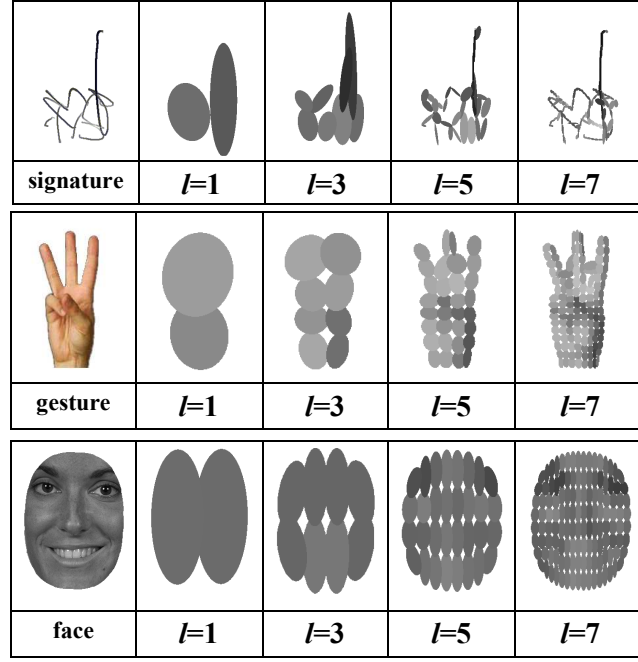


Рис. 1: Примеры многоуровневых представлений подписи, жеста руки и лица

$\hat{Q}_n \in \hat{A}^L$ (с одинаковыми номерами n) по трем группам параметров. Эти функции имеют следующий вид

$$\begin{aligned}\rho_1(Q_n, \hat{Q}_n) &= \|\mathbf{r}_n - \hat{\mathbf{r}}_n\|, \\ \rho_2(Q_n, \hat{Q}_n) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\|\mathbf{u}_n - \hat{\mathbf{u}}_n\| + \|\mathbf{v}_n - \hat{\mathbf{v}}_n\|}{\max(\|\mathbf{u}_n\|, \|\hat{\mathbf{u}}_n\|)} \right), \\ \rho_3(Q_n, \hat{Q}_n) &= |z_n - \hat{z}_n|.\end{aligned}$$

Для пары объектов A, \hat{A} мера различия l -го порядка по k -й группе параметров примитивов определяется на поддеревьях A^l, \hat{A}^l и имеет вид

$$d_k^l(A, \hat{A}) = \sum_{n=1}^{2^{l+1}-2} w_n \rho_k(Q_n, \hat{Q}_n), \quad (3)$$

где $w_n = \lambda [\log_2(n+1)] 2^{-\lceil \log_2(n+1) \rceil}$ – весовой коэффициент n -го примитива с нормировочным множителем λ , обеспечивающим $\sum_{n=1}^{2^{l+1}-2} w_n = 1$, $k = 1, 2, 3$, $l = 1, \dots, L$. Суммирование мер (3) с весами $\omega_k : \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$ дает обобщенную меру различия l -го порядка

$$d^l(A, \hat{A}) = \sum_{k=1}^3 \omega_k d_k^l(A, \hat{A}), \quad (4)$$

где $l = 1, \dots, L$, а веса ω_k , $k = 1, 2, 3$, определяются оценками вероятностей ошибок по мерам (3), полученными методом скользящего контроля на этапе обучения.

Будем считать, что множество $\mathbf{A} = \{\mathbf{A}_i\}_{i=1}^c$ содержит объекты, принадлежащие $c \geq 2$ классам. Для обучения используется обучающее множество

$$\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_i = \{B_{ij}\}_{j=1}^M\}_{i=1}^c \subset \mathbf{A}, \quad (5)$$

в котором каждый кластер $\mathbf{B}_i \subset \mathbf{A}_i$ содержит M объектов. Множество (5) используется для оценивания весовых коэффициентов в мере (4) и для отбора эталонных объектов. В каждом кластере \mathbf{B}_i , $i = 1, \dots, c$, формируется ансамбль наборов эталонов

$$\left(\hat{\mathbf{B}}_i^1, \dots, \hat{\mathbf{B}}_i^m, \dots, \hat{\mathbf{B}}_i^M \right), \quad (6)$$

где m – число эталонов в наборе $\hat{\mathbf{B}}_i^m$. Используя наборы эталонов $\hat{\mathbf{B}}_i^m$, $i = 1, \dots, c$, $m = 1, \dots, M$ на множестве представлений вида (1) вводятся разделяющие функции

$$g^l(A|\hat{\mathbf{B}}_i^m) = \max_{B \in \hat{\mathbf{B}}_i^m} K_{d^l}(A, B) \quad (7)$$

порядка $l = 1, \dots, L$ с ядром $K_{d^l}(A, B)$ в форме невозрастающей функции от меры $d^l(A, B)$ вида (4). Решение относительно класса объекта $A \in \mathbf{A}$ строится на функциях (7) с параметрами $l = L$, $m = M$ и имеет вид

$$i^* = \arg \max_{i=1}^c g^L(A|\hat{\mathbf{B}}_i^M) \quad (8)$$

Решение (8) может быть получено с помощью алгоритма полного перебора эталонов (Exhaustive Search) при фиксированных значениях L и M , и с помощью алгоритмов иерархического поиска (Guided Search) решающих эталонов при значениях $l = 1, \dots, L$ и $m = 1, \dots, M$. В настоящей работе эффективность решающих алгоритмов исследована в терминах зависимости вычислительной сложности от вероятности ошибки для ядра $K_{d^l}(A, B) = 1 - d^l(A, B)$ и ES-алгоритма с параметрами $l = L$, $m = M$ и двух GS-алгоритмов с параметрами $m = M$, $l = 1, \dots, L$ и $l = L$, $m = 1, \dots, M$. Для указанных алгоритмов получены асимптотические оценки сложности при большом числе классов. По результатам тестирования построены зависимости вычислительной сложности от доли ошибок, которые демонстрируют сравнительные соотношения быстродействия и качества классификации для переборного и иерархических алгоритмов поиска решения.

Многоуровневая сеть эталонов

Ансамбли наборов эталонов вида (6), формируемые на кластерах обучающего множества (5), предлагается строить для каждого кластера независимо, в пространстве древовидных представлений в форме (1). На множестве представляющих деревьев с мерой (4) порядка L для каждого кластера $\mathbf{B}_i \subset \mathbf{B}$, $i = 1, \dots, c$ выполняется дихотомическое разбиение на непересекающиеся сегменты $\mathbf{B}_{ij} : \mathbf{B}_i = \{\mathbf{B}_{ij}\}_{j=1}^M$ и выбор в каждом сегменте \mathbf{B}_{ij} эталонного объекта $\hat{B}_{ij} = \arg \min_{\hat{B} \in \mathbf{B}_{ij}} \max_{B \in \mathbf{B}_{ij}} d^L(B, \hat{B})$. На каждом шаге дихотомии выполняется

разбиение сегмента $\mathbf{B}_{ij} \rightarrow (\mathbf{B}_{ij'}, \mathbf{B}_{ij''})$ имеющего наибольшее рассеяние $\max_{B \in \mathbf{B}_{ij}} d^L(B, \hat{B}_{ij})$ среди сегментов текущего разбиения \mathbf{B}_i . Сегменты $\mathbf{B}_{ij'}$ и $\mathbf{B}_{ij''}$ включают объекты, ближайшие к наиболее удаленным друг от друга опорным объектам $B_{ij'} \in \mathbf{B}_{ij}$ и $B_{ij''} \in \mathbf{B}_{ij}$. В результате такой процедуры формируется бинарное дерево, содержащее M уровней (рис. 2). Каждая вершина такого дерева соответствует сегменту \mathbf{B}_{ij} и эталону $\hat{B}_{ij} \in \mathbf{B}_{ij}$, выбираемому в центре этого сегмента. Уровни дерева с номерами $k = 0, \dots, M - 1$ образуют наборы эталонов $\hat{\mathbf{B}}_i^m = \{\hat{B}_{ij}\}_{j=1}^m$ в ансамбле (6), где $m = k + 1$. Последний уровень дает набор эталонов $\hat{\mathbf{B}}_i^M = \{\hat{B}_{ij}\}_{j=1}^M$, совпадающий с кластером \mathbf{B}_i в (5).

Поскольку построение ансамблей $(\hat{\mathbf{B}}_i^1, \dots, \hat{\mathbf{B}}_i^m, \dots, \hat{\mathbf{B}}_i^M)$, $i = 1, \dots, c$ выполняется в пространстве древовидных представлений в форме (1), последовательность представлений

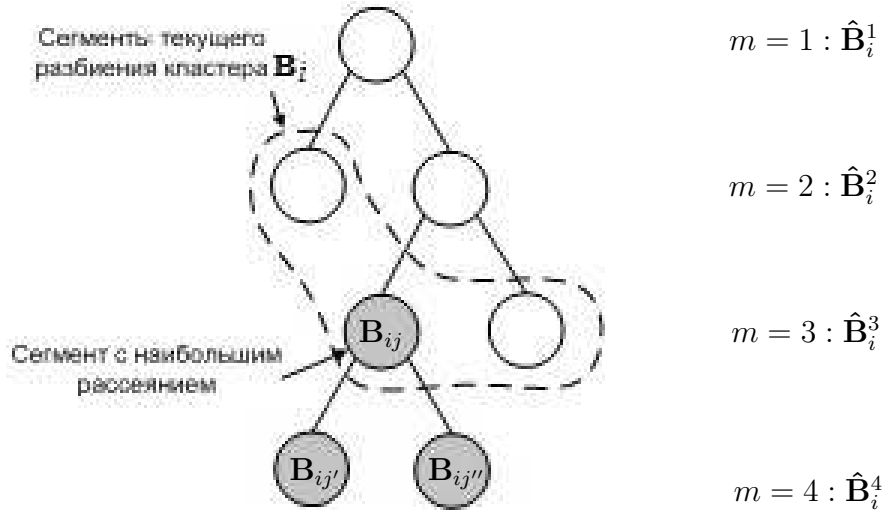


Рис. 2: Древоидная структура ансамбля наборов эталонов $(\hat{\mathbf{V}}_i^1, \dots, \hat{\mathbf{V}}_i^m, \dots, \hat{\mathbf{V}}_i^M)$ кластера \mathbf{V}_i

порядка $l = 1, \dots, L$ для указанных ансамблей образует многоуровневую сеть эталонов. Такая сеть может быть записана в форме матрицы

$$\begin{matrix} \hat{\mathbf{V}}^{11} & \dots & \hat{\mathbf{V}}^{l1} & \dots & \hat{\mathbf{V}}^{L1} \\ \hat{\mathbf{V}}^{1m} & \dots & \hat{\mathbf{V}}^{lm} & \dots & \hat{\mathbf{V}}^{Lm} \\ \hat{\mathbf{V}}^{1M} & \dots & \hat{\mathbf{V}}^{lM} & \dots & \hat{\mathbf{V}}^{LM} \end{matrix} \quad (9)$$

в которой $\hat{\mathbf{V}}^{lm}$ – представление порядка l для множества наборов $\hat{\mathbf{V}}^m = \{\hat{\mathbf{V}}_i^m\}_{i=1}^c$, а строки соответствуют последовательностям представлений таких наборов при фиксированном m и $l = 1, \dots, L$. В следующем разделе рассматриваются три алгоритма поиска решения (8) с использованием сети эталонов (9) и приводятся сравнительные оценки вычислительной сложности этих алгоритмов.

Алгоритмы поиска решения и оценки сложности

Поиск решения (8) с помощью ES-алгоритма выполняется на множестве $\hat{\mathbf{V}}^{LM}$ в сети эталонов (9). Два рассматриваемых GS-алгоритма используют для поиска решения последовательности множеств $\hat{\mathbf{V}}^{1M}, \dots, \hat{\mathbf{V}}^{lM}, \dots, \hat{\mathbf{V}}^{LM}$ и $\hat{\mathbf{V}}^{L1}, \dots, \hat{\mathbf{V}}^{Lm}, \dots, \hat{\mathbf{V}}^{LM}$, которые соответствуют M -й строке и L -му столбцу матрицы (9). Эти алгоритмы базируются на процедурах сужения зоны поиска на последовательных уровнях $l = 1, \dots, L$ для первого алгоритма и $m = 1, \dots, M$ для второго алгоритма. Стратегии сужения зоны поиска для двух рассматриваемых GS-алгоритмов определяются функциями

$$c_l = \lfloor c2^{-\alpha(l-1)} \rfloor, \quad l = 1, \dots, L, \quad \alpha = (L-1)^{-1} \log(c/c^*) \quad (10)$$

$$c_m = \lfloor cm^{-\beta} \rfloor, \quad m = 1, \dots, M, \quad \beta = (\log M)^{-1} \log(c/c^*) \quad (11)$$

с параметром $c^* = 1, 2, \dots$. В соответствии с (10) и (11) значения c_l и c_m определяют число классов, анализируемых на l -м и m -м уровнях, из которых отбираются c_{l+1} и c_{m+1} классов с наибольшими значениями разделяющих функций $g^l(A|\hat{\mathbf{V}}_i^M)$ и $g^L(A|\hat{\mathbf{V}}_i^m)$ вида (7). Отобранные классы анализируются на следующих уровнях с номерами $l+1$ и $m+1$

соответственно. На последних L -м и M -м уровнях вычисляется решение вида (8) по c^* классам, отобранным на предыдущих уровнях.

Вычислительная сложность решающих алгоритмов определяется числом пар соответственных примитивов в представлениях эталонов и представлении предъявляемого объекта, которые участвуют в вычислении разделяющих функций. Учитывая древовидность структур представления объектов и ансамблей наборов эталонов, реализация l -го уровня α -стратегии (10) требует просмотра 2^l пар примитивов на один эталон (вершин бинарных деревьев), а реализация m -го уровня β -стратегии (11) требует сравнения объекта с единственным эталоном в каждом классе при $m = 1$ и сравнения объекта с двумя эталонами в каждом классе при $m = 2, \dots, M$. С учетом последнего замечания в следующих утверждениях сформулированы оценки вычислительной сложности GS-алгоритмов на основе α и β стратегий.

Утверждение 3. Для фиксированных значений $M \geq 1$, $c^* \geq 1$ и $\alpha = \frac{\log(c/c^*)}{L-1} \geq 1$, GS-алгоритм поиска решения, использующий α -стратегию (10), обеспечивает вычислительную сложность

$$C_{\alpha}^{\text{GS}} = M \sum_{l=1}^L c_l 2^l \leq 2McL \quad (12)$$

При $c \rightarrow \infty$ полученная оценка дает $C_{\alpha}^{\text{GS}} = O(c \log c)$.

Утверждение 4. Для фиксированных значений $L \geq 1$, $c^* \geq 1$ и $\beta = \frac{\log(c/c^*)}{\log M} \geq 1$, GS-алгоритм поиска решения, использующий β -стратегию (11), обеспечивает вычислительную сложность

$$C_{\beta}^{\text{GS}} = 2(2^L - 1)(c_1 + 2 \sum_{m=2}^M c_m) \leq 2(2^L - 1)(1 + 2 \sum_{m=2}^M m^{-1})c \quad (13)$$

При $M \rightarrow \infty$ и, следовательно, при $c \rightarrow \infty$ полученная оценка дает

$$C_{\beta}^{\text{GS}} \leq 2(2^L - 1)(2 \ln M + 2\gamma - 1)c = O(c \log c)$$

где $\gamma \approx 0.577$ – константа Эйлера [7].

Для сравнения вычислительная сложность ES алгоритма имеет вид

$$C^{\text{ES}} = 2(2^L - 1)Mc \quad (14)$$

С учетом ограничений на параметры M , L , c , принятых в утверждениях 3 и 4, оценка (14) дает асимптотику $C^{\text{ES}} = O(c^2)$ при $c \rightarrow \infty$. Из приведенных оценок следует, что при $\alpha = 1$, $\beta = 1$ и $c \rightarrow \infty$ иерархические алгоритмы обеспечивают вычислительный выигрыш $C^{\text{ES}}/C^{\text{GS}} = \Omega(c/\log c)$. Для ES алгоритма и GS алгоритма на основе α -стратегии этот результат получен в работе [8].

Экспериментальные оценки эффективности классификации

Повышение быстродействия классификатора за счет вычислительного выигрыша иерархических решающих алгоритмов (GS алгоритмов) по сравнению с переборным решающим алгоритмом (ES алгоритмом) оправдано при сопоставимых вероятностях ошибки классификации, т.е. при $\varepsilon^{\text{ES}} \approx \varepsilon^{\text{GS}}$. В этом разделе приводятся численные оценки долей ошибок $\varepsilon_{\alpha}^{\text{GS}}(L, M)$, $\varepsilon^{\text{ES}}(L, M)$ и вычислительных сложностей $C_{\alpha}^{\text{GS}}(L, M)$, $C^{\text{ES}}(L, M)$ при

Таблица 1: Вычислительная сложность и средняя доля ошибок для переборного ES алгоритма и иерархического GS алгоритма на основе α -стратегии при $M = 20$

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_\alpha^{\text{GS}}(L, M)$	3600	3760	4960	7360	11360	18160	30320	50320	87920	162720
$C^{\text{ES}}(L, M)$	3600	10800	25200	54000	111600	226800	457200	918000	1839600	3682800
$\varepsilon_\alpha^{\text{GS}}(L, M)$	0.1531	0.0698	0.0377	0.0257	0.0182	0.0145	0.0123	0.0109	0.0101	0.0096
$\varepsilon^{\text{ES}}(L, M)$	0.1533	0.0687	0.0357	0.0247	0.0155	0.0122	0.0099	0.0083	0.0080	0.0078

значениях параметров $M = 20$, $L = 1, \dots, 10$ и $c^* = 2$, и аналогичные оценки $\varepsilon_\beta^{\text{GS}}(L, M)$, $\varepsilon^{\text{ES}}(L, M)$, и $C_\beta^{\text{GS}}(L, M)$, $C^{\text{ES}}(L, M)$, при $L = 10$, $M = 1, \dots, 20$ и $c^* = 2$. По найденным параметрическим оценкам получены численные зависимости $C_\alpha^{\text{GS}}(\varepsilon)$, $C_\beta^{\text{GS}}(\varepsilon)$, и $C^{\text{ES}}(\varepsilon)$.

Эксперименты проводились с источником полутоновых изображений (8 бит/пиксель), включающих подписи (40 классов по 40 изображений, жесты руки (25 классов по 40 изображений) и лица (25 классов по 40 изображений). Общее число классов $c = 90$, общее число изображений (объектов) равно 3600. Вычисление функций сложности выполнялось с использованием оценок (12), (13) и (14).

Для вычисления средних долей ошибок применялась схема кросс-тестирования на основе 100 кратного разбиения множества изображений источника на 2 части (100 times 2 fold cross-validation) [9]. На каждом разбиении формировались обучающая и тестовая выборки. Первая использовалась для получения оценок вероятности ошибки на этапе обучения $\varepsilon_k^{\text{LOO}}(L, M)$, $k = 1, 2, 3$ методом leave-one-out [9] по каждой из трех компонент меры (4); вторая – для вычисления доли ошибок тестирования $\varepsilon(L, M)$ по каждому из трех рассматриваемых решающих алгоритмов. В качестве оценок весовых коэффициентов в мере (4) выбирались нормированные величины

$$\omega_k = \frac{\log \varepsilon_k^{\text{LOO}}(L, M)}{\sum_{k=1}^3 \log \varepsilon_k^{\text{LOO}}(L, M)}, \quad k = 1, 2, 3.$$

Ошибки тестирования $\varepsilon(L, M)$ усреднялись по 100 разбиениям для получения соответствующих оценок $\varepsilon_\alpha^{\text{GS}}(L, M)$, $\varepsilon_\beta^{\text{GS}}(L, M)$ и $\varepsilon^{\text{ES}}(L, M)$. Эксперименты выполнены на одном ядре процессора Intel Core i3 с тактовой частотой 3GHz, на компьютере с оперативной памятью объемом 3Gb и операционной системой MS Windows 7.

Вычислительная сложность и средняя доля ошибок тестирования приведены в табл. 1 и 2. Построенные по этим таблицам графики зависимостей вычислительной сложности от средней доли ошибок даны на рис. 3.

Из данных табл. 1 и графиков на рис. 3 следует, что при $L = 1$ реализуется наибольшая доля ошибок, равная 0.1533, и в этом случае α -стратегия не имеет вычислительного выигрыша относительно стратегии полного перебора; при $L = 10$ доля ошибок достигает наименьшего значения 0.0078, при котором вычислительный выигрыш не менее 22.6. Аналогично из табл. 2 и рис. 3 следует, что при $M = 1$ доля ошибок максимальна и равна 0.1520 и в этом случае β -стратегия не дает вычислительного выигрыша относительно стратегии перебора, а при $M = 20$ доля ошибок достигает наименьшего значения 0.0079, при котором вычислительный выигрыш оценивается снизу величиной 4.6.

Заключение

Исследованы соотношения вычислительной сложности от вероятности ошибки для алгоритмов распознавания двумерных объектов, заданных изображениями. Предложены

Таблица 2: Вычислительная сложность и средняя доля ошибок для переборного ES алгоритма и иерархического GS алгоритма на основе β -стратегии при $L = 10$

M	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_{\beta}^{\text{GS}}(L, M)$	184140	192324	225060	261888	302808	347820	380556	417384	450120	491040
$C^{\text{ES}}(L, M)$	184140	368280	552420	736560	920700	1104840	1288980	1473120	1657260	1841400
$\varepsilon_{\beta}^{\text{GS}}(L, M)$	0.1558	0.1306	0.0954	0.0798	0.0541	0.0361	0.0277	0.0194	0.0175	0.0155
$\varepsilon^{\text{ES}}(L, M)$	0.1520	0.0497	0.0336	0.0249	0.0196	0.0161	0.0141	0.0124	0.0113	0.0104
M	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$C_{\beta}^{\text{GS}}(L, M)$	519684	560604	585156	609708	646536	675180	712008	732468	765204	789756
$C^{\text{ES}}(L, M)$	2025540	2209680	2393820	2577960	2762100	2946240	3130380	3314520	3498660	3682800
$\varepsilon_{\beta}^{\text{GS}}(L, M)$	0.0141	0.0132	0.0126	0.0122	0.0114	0.0111	0.0107	0.0106	0.0103	0.0103
$\varepsilon^{\text{ES}}(L, M)$	0.0098	0.0093	0.0089	0.0085	0.0083	0.0082	0.0081	0.0080	0.0079	0.0079

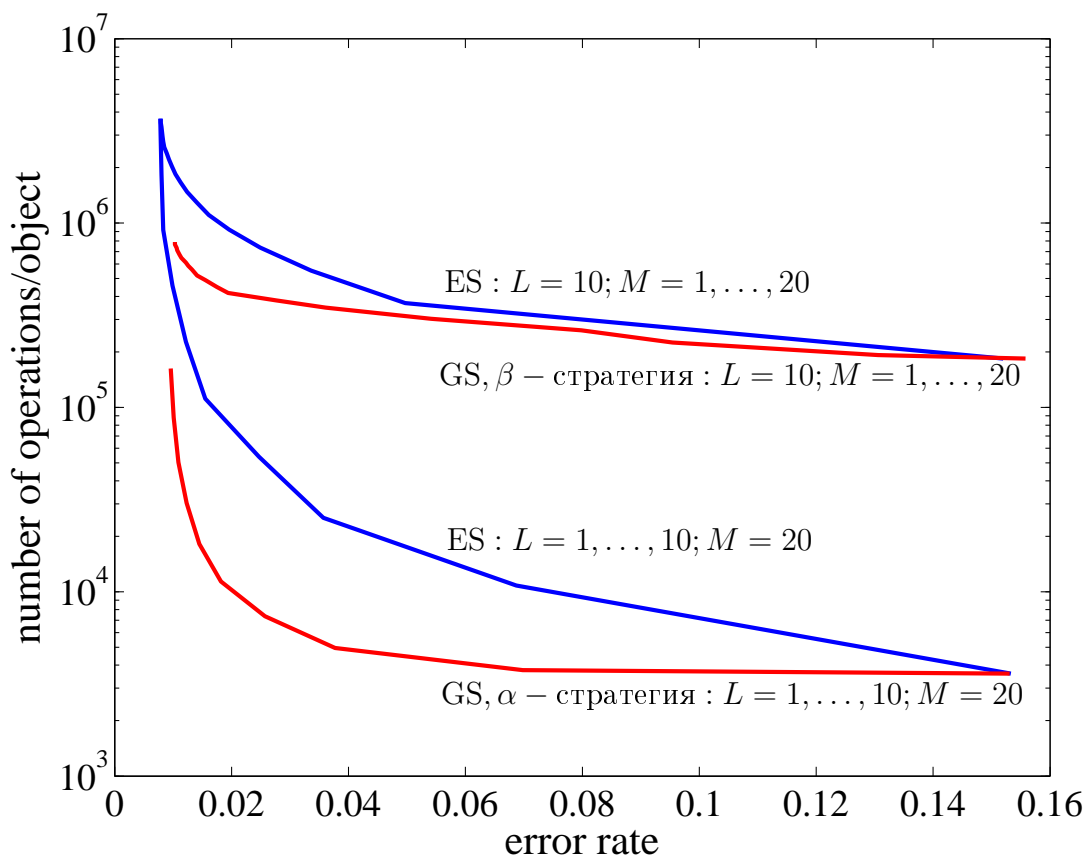


Рис. 3: Графики зависимостей вычислительной сложности (в операциях на объект) от средней доли ошибок для ES и GS алгоритмов

древовидные структуры для представления объектов и формирования ансамблей эталонов. Используя многоуровневую сеть эталонов, рассмотрены иерархические алгоритмы поиска решения по критерию ближайшего эталона и получены оценки вычислительной сложности этих алгоритмов. Рассмотренные иерархические алгоритмы базируются на двух стратегиях последовательного сужения зоны поиска решения в многоуровневой базе эталонов. При большом числе классов оценен вычислительный выигрыш предложенных иерархических алгоритмов относительно алгоритма полного перебора эталонов. Для переборного и иерархических решающих алгоритмов найдены экспериментальные зависи-

мости вычислительной сложности от доли ошибок распознавания. Указанные зависимости получены для составного источника, включающего изображения подписей, жестов руки и лиц.

В перспективе планируется построение решающего алгоритма на основе объединения рассмотренных стратегий сужения зоны поиска, и получение для него оценок сложности и вероятности ошибки. Кроме того, необходимо исследовать решающие алгоритмы с разделяющими функциями, построенными на других ядрах потенциального типа.

Литература

- [1] *Dobrushin R. L., Tsybakov B. S.* Information transmission with additional noise // IRE Transactions on Information Theory. 1962. Vol. 8, No. 5. Pp. 293–304.
- [2] *Rosenfeld A.* Quadrees and Pyramids for Pattern Recognition and Image Analysis // 5th International Conference on Pattern Recognition Proceedings. 1980. Pp. 802–811.
- [3] *Torsello A.* Matching hierarchical structures for shape recognition. PhD Thesis. University of York, 2004. 197 p.
- [4] *Elfiky N. M., Khan F. S., Weijer J., Gonzalez J.* Discriminative compact pyramids for object and scene recognition // Pattern Recognition. 2012. Vol. 45, No. 4. Pp. 1627–1636.
- [5] *Ganebnykh S. N., Lange M. M.* Classification of 2D Grayscale objects in a space of multiresolution representations // Pattern Recognition and Image Analysis. 2009. Vol. 19, No. 4. Pp. 591–602.
- [6] *Ganebnykh S. N., Lange M. M.* Metric classifier using multilevel network of templates // Pattern Recognition and Image Analysis. 2012. Vol. 22, No. 2. Pp. 265–277.
- [7] *Грехем Р. Л., Кнут Д. Э., Паташник О.* Конкретная математика. М.: Вильямс, 2010. 784 с.
- [8] *Ланге М. М., Ганебных С. Н.* Классификация изображений в пространстве универсальных представлений с многоуровневым разрешением // Доклады 9-й Международной конференции «Интеллектуализация обработки информации» (ИОИ-2012). 2012. С. 464–467.
- [9] *Bishop C. M.* Pattern recognition and machine learning. Springer, 2006. 738 p.